ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ по математике
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП 2026/2027 учебного года
7 класс

Задания

Задание 1. Сумму цифр числа a будем обозначать S(a). Например, S(168) = 1 + 6 + 8 = 15. Найдите все натуральные числа n такие, что n + S(n) = 2026.

Задание 2. Барон Мюнхгаузен утверждает, что когда он учился в школе, в его классе было (включая барона) 24 ученика, и у каждого из учеников было ровно три друга в этом классе. Если кто-то из учеников класса знал правильный ответ на вопрос учителя, то он немедленно рассказывал об этом всем своим друзьям в классе (а те – своим друзьям, и так далее), и в итоге весь класс знал правильный ответ. Барон Мюнхгаузен вспомнил, что однажды учитель разделил класс на две группы, и каждый ученик попал в группу ровно с одним из своих друзей. Может ли барон быть прав (т.е. возможна ли ситуация, описанная в условии этой задачи)?

Комментарий. Дружба взаимна: если один ученик считает другого своим другом, то и тот его тоже.

Задание 3. У натурального числа есть делитель, который оканчивается на 2, и есть делитель, который оканчивается на 3. Докажите, что у него есть делитель, который оканчивается на 6.

Задание 4. На краю круглого стола через равные расстояния расположены шесть коробок. В трёх из них лежит подарок, в остальных трёх - пусто. Коробки абсолютно одинаковые и их никак не отличить.. Двое друзей должны выбрать по одной коробке и забрать то, что в ней окажется. Сейчас друзья должны разработать стратегию, после чего одному из них покажут, в каких коробках лежат подарки. После этого друзьям нельзя разговаривать (а также подсказывать, подмигивать и так далее). Как друзьям договориться, чтобы оба они получили подарки? Сначала в комнату с круглым столом будет приглашён тот из друзей, который видел, где лежат подарки; после того, как он заберёт одну коробку и выйдет из комнаты, эту коробку поставят туда, где она стояла, и пригласят второго друга.

Комментарий. Не математические решения не засчитываются.

Задание 5. В классе 36 школьников. Некоторые из них дружат; дружба взаимна (т.е. если один из школьников считает другого своим другом, то и тот его тоже). Назовём набор из трёх школьников **компанией**, если они могут сесть за круглый стол так, что слева и справа от каждого из них сидит его друг. Может ли оказаться, что найдется не менее 100 различных компаний, любые две из которых пересекаются, и при этом нет школьника, входящего во все компании?

Комментарий. Две компании пересекаются, если существует школьник, входящий в обе компании.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ по математике
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП 2026/2027 учебного года
8 класс

Задания

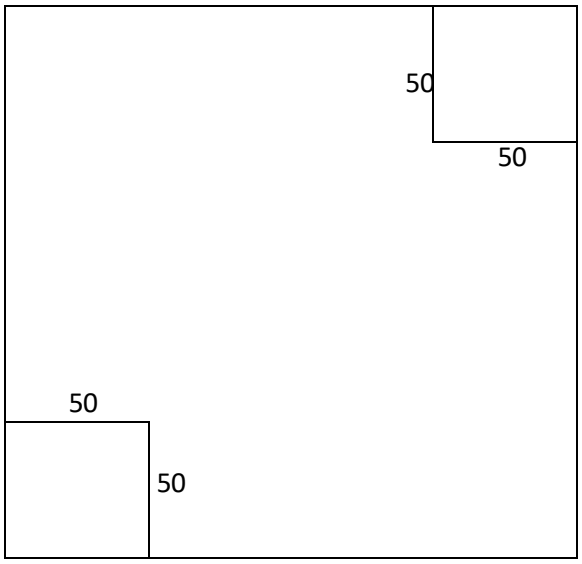
Задание 1. Натуральные числа a, b, c таковы, что наибольший общий делитель чисел a и b равен c, а наименьшее общее кратное чисел b и c равно a. Обязательно ли a = c?

Задание 2. У Буратино имеется 1000 монет по 1 рублю. Он может закопать на ночь монеты под волшебные деревья (всего их два) или оставить монеты у себя (Буратино может распределить монеты между деревьями и своими карманами, как угодно). Первое волшебное дерево увеличивает закопанную под ним сумму денег втрое; второе волшебное дерево увеличивает закопанную под ним сумму денег в 1,5 раза. Кот Базилио знает, под каким деревом сколько монет закопал Буратино; он может за несколько минут до появления Буратино выкопать всё, что в тот момент окажется под одним из деревьев (на выбор Базилио). Может ли Буратино действовать так, чтобы увеличить своё состояние (используя волшебные деревья), если Базилио стремится помешать Буратино?

Задание 3. У Петра Петровича имеется 100 кирпичей массой 4 кг и 100 кирпичей массой 7 кг. Пётр Петрович должен перенести эти кирпичи ближе к дому. Одновременно он может нести не больше 20 кг. За какое наименьшее количество раз Пётр Петрович сможет перенести все кирпичи?

Задание 4. Алексей Иванович нарисовал четырёхугольник с тремя равными сторонами. Углы четырёхугольника Алексея Ивановича, образованные равными сторонами, равны 30^{o} и 90^{o}. Найдите два других угла этого четырёхугольника.

Задание 5. Назовём прямоугольник стандартным, если его длина и его ширина – числа из множества
{1, 4, 10, 25, 100}. Из квадрата 200 x 200 вырезали два квадрата (см. рисунок). Можно ли оставшуюся часть квадрата 200 x 200 разрезать на 100 фигур, каждая из которых – стандартный прямоугольник?



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ по математике
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП 2026/2027 учебного года
9 класс

Задания

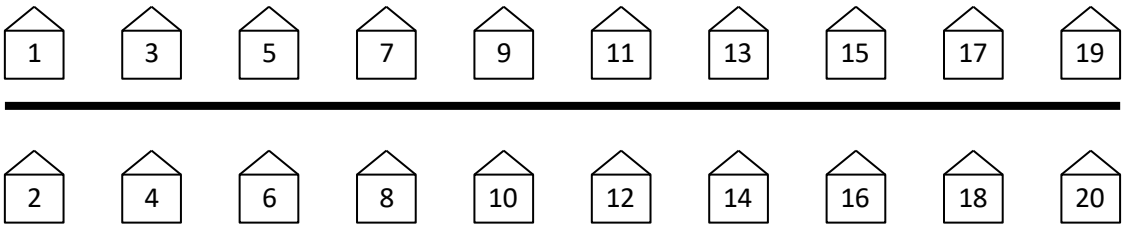
Задание 1. Утром на доску написали несколько натуральных чисел; их сумма равна 2000. Вечером некоторые из них умножили на 3, остальные разделили на 3; оказалось, что после всех этих действий сумма чисел также равна 2000. Докажите, что в середине дня на доске можно было найти одно или несколько чисел, сумма которых равна 500.

Задание 2. Имеется доска 11 x 11 клеток; сначала все они белые. Некоторые клетки доски необходимо покрасить в зелёный цвет так, чтобы в каждом горизонтальном прямоугольнике из 3 клеток и в каждом вертикальном прямоугольнике из двух клеток осталось не менее одной белой клетки. Какое наибольшее количество клеток может быть покрашено в зелёный цвет?

Задание 3. Длины трёх отрезков a, b, c удовлетворяют неравенству $0 \le a \le 2 \le b \le 3 \le c \le 5$. Известно, что из отрезков можно составить треугольник. Найдите наибольшую возможную площадь треугольника.

Задание 4. Вдоль кольцевой дороги через равные расстояния растут 2026 деревьев (1013 ёлок и 1013 осин). Докажите, что найдутся ёлка и осина, между которыми ровно два дерева, причём это тоже ёлка и осина.

Задание 5. Вдоль улицы стоят напротив друг друга 20 занумерованных домов (10 домов с левой стороны улицы и 10 с правой, см. рисунок). Сколькими способами можно покрасить дома в три цвета (красный, жёлтый, зелёный) так, чтобы на каждой стороне улицы соседние дома имели разные цвета, и любые два дома, стоящие друг напротив друга, также имели разные цвета? Каждый дом должен быть полностью покрашен в один из перечисленных цветов.



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ по математике
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП 2026/2027 учебного года
10 класс

Задания

Задание 1. По кругу расставлены 10 действительных чисел. Сумма всех 10 чисел равна 0. Пусть a, b – два из этих 10 чисел; пусть сумма чисел на одной из дуг между числами a, b равна S_1, а сумма чисел на другой из дуг между числами a, b равна S_2 (если числа a, b находятся на соседних местах, одна из сумм S_1, S_2 равна 0). Будем говорить, что числа a, b образуют хорошую пару, если $|a - b| \leq |S_1 - S_2|$. Может ли быть ровно 9 хороших пар?

Задание 2. Существует ли выпуклый многоугольник, в котором острых, прямых и тупых углов поровну?

Задание 3. Найдите все такие действительные числа x, не равные 0, что числа $x^2 + 1/x$ и $x + 1/x^2$ являются целыми.

Задание 4. В выпуклом шестиугольнике ABCDEF сторона AB параллельна диагонали CF, сторона CD параллельна диагонали BE, а сторона EF параллельна диагонали AD. Диагонали AD и BE пересекаются в точке X. Диагонали BE и CF пересекаются в точке Y. Диагонали CF и AD пересекаются в точке Z. Оказалось, что середины отрезков XY и BE совпадают, и середины отрезков YZ и CF совпадают. Докажите, что середины отрезков XZ и AD совпадают.

Задание 5. При каких натуральных n квадрат n x n можно накрыть непересекающимися прямоугольниками 1 x 2 так, что в каждой строке и в каждом столбце останется не накрыта ровно одна клетка?

Комментарий. Прямоугольники не могут выходить за границы квадрата. Прямоугольники должны располагаться «по клеточкам» (закрывать ровно две клетки квадрата).

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ по математике
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП 2026/2027 учебного года
11 класс

Задания

Задание 1. Вершина C выпуклого пятиугольника ABCDE лежит на биссектрисах его углов A и E. Известно, что AB = 1, BC = 2, DE = 3, AE = 4. Найдите периметр пятиугольника ABCDE.

Задание 2. Имеется полоска из 2026 клеток. На 333 крайних левых клетках находится по одному камню. Играют двое, ходят по очереди; проигрывает игрок, который не может сделать ход по правилам игры. Ход состоит в том, что игрок перекладывает любой камень на любую свободную клетку справа от него. У кого из игроков имеется выигрышная стратегия?

Задание 3. Квадратные трёхчлены f(x), g(x), h(x) таковы, что один из них равен сумме двух других. На доску выписали все действительные корни этих квадратных трёхчленов. Выяснилось, что среди выписанных чисел имеются ровно три различных числа. Докажите, что по крайней мере у одного из квадратных трёхчленов дискриминант равен 0.

Задание 4. Имеются конфеты трёх видов. Верно ли, что любой компании мальчиков и девочек можно так выдать конфеты (по одной конфете каждому мальчику и по одной конфете каждой девочке), что будут одновременно выполнены следующие условия:

а) если мальчик знаком не менее, чем с 7 девочками, то среди его знакомых девочек можно найти двух девочек, получивших конфеты разных видов;

б) если девочка знакома не менее, чем с 7 мальчиками, то среди её знакомых мальчиков можно найти двух мальчиков, получивших конфеты разных видов?

Комментарий. Все знакомства взаимные: если кто-то считает кого-то своим знакомым, то и тот его тоже.

Задание 5. В клетках доски 10 x 10 написано 100 различных натуральных чисел, причём для любых двух соседних клеток в столбце число в нижней клетке больше числа в верхней клетке. Найдите наименьшую возможную сумму чисел в клетках диагонали, идущей из левого нижнего угла в правый верхний.