Всероссийская олимпиада школьников по математике

Муниципальный этап

7 класс

2024-2025 учебный год

7.1. Найдите величину угла между часовой и минутной стрелками в 20 часов 24 минут 1 января 2025 года.

7.2. В США дату принято записывать так: номер месяца, потом номер дня и год. В Европе же сначала идет число, потом месяц и год. Сколько в году дней, дату которых нельзя прочитать однозначно, не зная, каким способом она написана?

7.3. Из прямоугольника 8×10 вырезали одну из внутренних клеток, а оставшиеся клетки разрезали на 7 частей по линиям клеток. Докажите, что из этих частей нельзя сложить прямоугольник.

7.4. Найдите последнюю цифру числа 12 + 22 + ... + 992.

7.5. Найти все целые числа *n*, для которых выполняется равенство
(*n*–1)(*n*–3)(*n*–5)...(*n*–2023) = (*n*+2)(*n*+4)(*n*+6)...(*n*+2024).

***Всероссийская олимпиада школьников по математике.***

***8 класс. Муниципальный этап. 2024 – 2025г.***

1. Используя каждую из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ровно по одному разу, а также знаки арифметических действий и скобки, получите число 2024. Составлять числа из цифр нельзя.
2. В средневековом замке собрались 8 человек: рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, лжецы лгут. Один из собравшихся сказал: здесь нет ни одного рыцаря. Второй сказал: «Здесь не больше одного рыцаря». Третий сказал: «Здесь не более двух рыцарей» и т.д. до восьмого, который сказал: «Здесь не более семи рыцарей». Сколько в замке рыцарей? Ответ обоснуйте.
3. Всем хорошо известны легендарные путешествия Синдбада – морехода. Во время одного из путешествий он попадает на небольшой остров, который населяли не только люди, но и фэнтезийные существа и все они жили в мире и согласии. Остров был полон загадок и поэтому на вопрос о количестве жителей на этом острове, ему ответили так: Количество жителей невелико, но оно стремительно растёт. За первый год население (количество людей) возросло на n человек, а за второй на 300 человек. При этом за первый год население увеличилось на 300%, а за второй – на n %. Сколько же сейчас людей населяет остров? (Для справки: речь идёт именно о людях, количество мифических существ на острове не меняется)
4. В произвольном треугольнике АВС провели две биссектрисы углов А и С. Из вершины В провели перпендикуляры к этим биссектрисам. Точками P и Q обозначили основания этих перпендикуляров. Докажите, что отрезок PQ – параллелен стороне АС.
5. У фальшивомонетчика есть 40 внешне одинаковых монет, среди которых есть 2 фальшивые – они легче, чем остальные и весят одинаково. Как с помощью двух взвешиваний на чашечных весах без гирь отобрать 20 настоящих монет?

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ**

**(Муниципальный этап)**

**9 класс**

**Уважаемый участник олимпиады!**

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения - 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

* Не спеша, внимательно прочитайте задания;
* Не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
* Задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
* После выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником. Максимальная сумма баллов – 35.

9.1. На доске написано десять чисел. Разрешается выбрать любые три из них (в любом порядке) и прибавить к первому из них число 1, ко второму −число 3, к третьему − число 6. Получившиеся три числа записываются на доску вместо трех выбранных. С новым набором из десяти чисел проделывают аналогичные действия и т.д. Можно ли за несколько шагов получить набор из десяти равных чисел, если первоначально на доске были написаны числа 1, 2, 3, …, 9, 10?

9.2. Найдите площадь круга, описанного около прямоугольного треугольника, катеты которого являются корнями уравнения 2$x^{2}$ – 6*х* +1 =0.

(Указание: Площадь круга радиуса R находится по формуле: $S=πR^{2}$ )

9.3. Основание равнобедренного треугольника равно 12, а боковая сторона равна 18. К боковым сторонам треугольника проведены высоты. Найдите длину отрезка, концы которого совпадают с основаниями высот.

9.4. В магазине три этажа, перемещаться между которыми можно только на лифте. Исследование посещаемости этажей магазина показало, что с начала рабочего дня и до закрытия магазина:

1) из покупателей, входящих в лифт на втором этаже, половина едет на первый этаж, а половина – на третий;

2) среди покупателей, выходящих из лифта, меньше трети делает это на третьем этаже.

На какой этаж покупатели чаще ездили с первого этажа, на второй или на третий?

9.5. Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение

$x^{3}y^{5}=13^{50}∙6^{50}∙10^{33}$?

**Задания муниципального этапа**

**всероссийской олимпиады школьников по математике**

**в 2024-2025 учебном году**

**10 класс**

1. По кругу стоят несколько человек. Каждый из них сказал: «Один из моих соседей тяжелее меня, а другой – легче меня». Известно, что веса любых двух людей различны. Могло ли случиться, что среди стоящих солгали ровно 2025 человек?
2. В равнобедренном треугольнике АВС, АС = СВ, ∠ АСВ = 100°. Точка М внутри треугольника выбрана так, что ∠ МАВ = 30°, ∠ МВА = 20°. Найдите величину угла МСА.
3. Докажите, что для любого числа d, не делящегося на 2 и на 5, найдётся число, в десятичной записи которого содержатся одни единицы, и которое делится на d.
4. Квадратные трёхчлены f(x) и g(x) таковы, что 3f(x)+g(x) и f(x)−g(x) являются квадратными трёхчленами, имеющими ровно по одному корню. Известно, что f(x) имеет два корня. Докажите, что g(x) не имеет корней.
5. Казино «У Сысолы» предлагает игру по таким правилам. Игрок ставит любое целое число фишек (но не больше, чем у него в этот момент есть) либо на орла, либо на решку. Затем подбрасывается монета. Если игрок угадал, как она упадёт, он получает назад свою ставку и столько же монет впридачу. Если не угадал – ставку забирает казино. Если игроку не повезёт четыре раза подряд, казино присуждает ему в следующей игре «утешительную победу» вне зависимости от того, как упадёт монета. Вася пришёл в казино со 100 фишками. Он обязался сделать ровно пять ставок и ни разу не ставить больше 17 фишек. Какая наибольшая сумма фишек гарантированно останется у него после игры?

**Задания муниципального этапа**

**всероссийской олимпиады школьников по математике**

**в 2024-2025 учебном году**

**11 класс**

1. В усть-сысольской летописи 1608 года найдена странная запись:

$\sqrt{1+2025\sqrt{1+2024\sqrt{1+2023\sqrt{1+... \sqrt{1+1611\sqrt{1+1610×1608}}}}}}$ .

Вычислите значение выражения из летописи.

1. Найдите количество способов расставить 8 ладей на шахматной доске 8×8 так, чтобы каждая свободная клетка доски была побита хотя бы одной ладьёй.
2. Гипотенуза прямоугольного треугольника является стороной квадрата, расположенного вне треугольника. Найдите расстояние между вершиной прямого угла треугольника и центром квадрата, если сумма катетов треугольника равна *d*.
3. На острове рыцарей и лжецов 1001 посёлок. В каждом посёлке живут либо только рыцари, либо только лжецы. Некоторые посёлки соединены дорогами, причём от любого посёлка можно добраться до любого другого, а всего на острове ровно 1000 дорог. Жители каждого из посёлков сделали следующие утверждения:

*А) От нашего посёлка ведут дороги хотя бы в три других посёлка;*

*Б) От нашего посёлка ведут дороги хотя бы в два посёлка лжецов.*

Какое наименьшее количество посёлков лжецов может быть на острове?

1. На координатной плоскости нарисовано n парабол, являющихся графиками квадратных трёхчленов; никакие две из них не касаются. Они делят плоскость на несколько областей, одна из которых расположена над всеми параболами. Докажите, что у границы этой области не более 2(n–1) «углов» (то есть точек пересечения пары парабол).