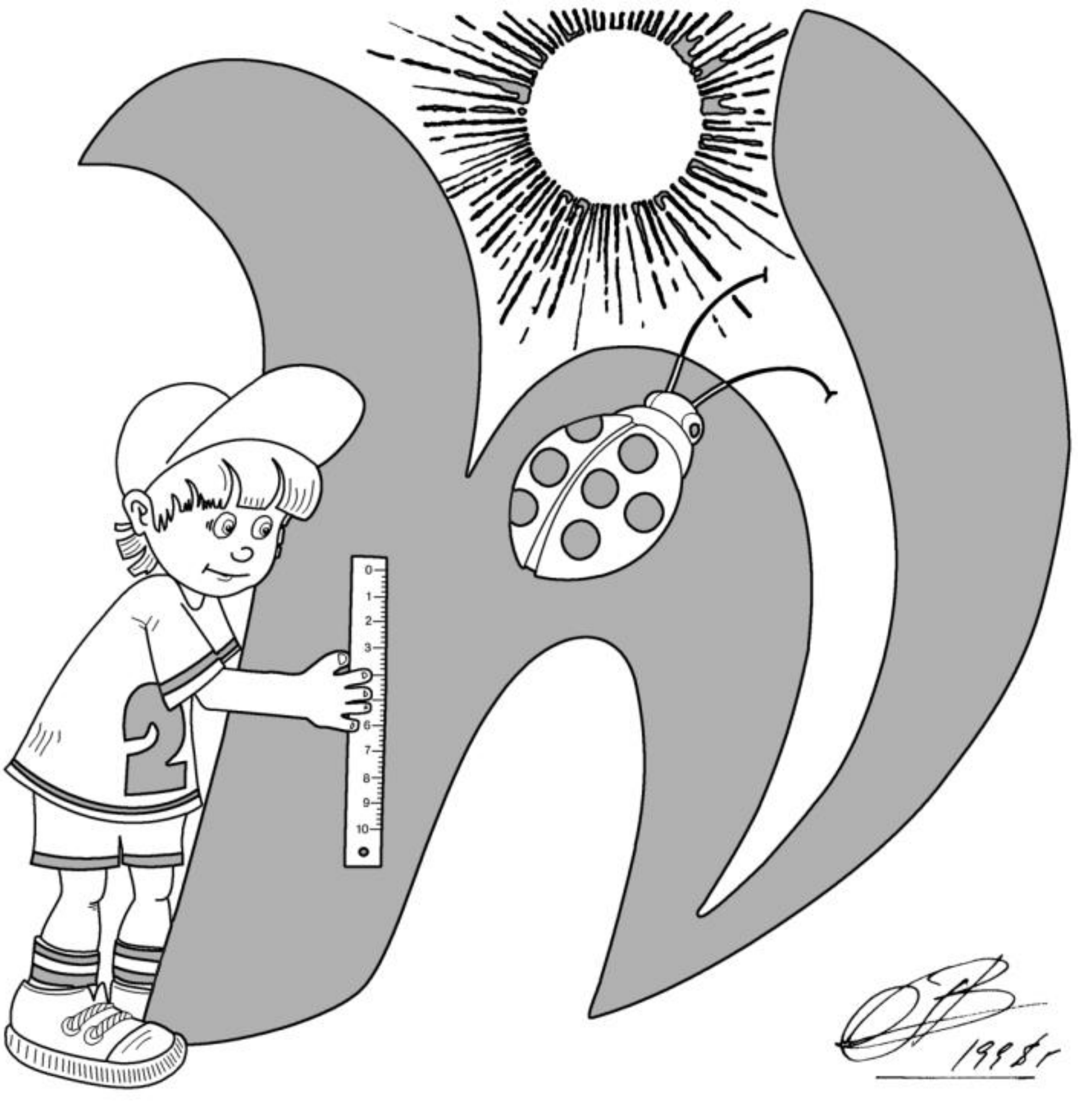
Министерство образования и науки Республики Коми

Региональная предметно-методическая комиссия по физике Всероссийской олимпиады школьников по физике в Республике Коми

Всероссийская олимпиада школьников по физике

2023-2024 учебный год

Муниципальный этап



Республика Коми, 2023

Комплект задач подготовлен региональной предметно-методической комиссией Всероссийской олимпиады школьников по физике 2023-2024 учебного года в Республике Коми (Рубцов Д.Н., Юркин В.М., Куликов И.В.)

Авторы задач

7 класс	8 класс	9 класс	10 класс	11 класс
Фольклор	Рубцов Д.Н.	Рубцов Д.Н., Куликов И.В.	Фольклор	Фольклор
Рубцов Д.Н.	Рубцов Д.Н.	Фольклор	Фольклор	Рубцов Д.Н.
Рубцов Д.Н.	Фольклор	Фольклор	Фольклор	Рубцов Д.Н.
Рубцов Д.Н.	Бутрим Б.Г.	Рубцов Д.Н.	Фольклор	Рубцов Д.Н.
---------------------	---------------------	Бутрим Б.Г.	Фольклор	Фольклор

Общая редакция – Рубцов Д.Н.

7 класс

7.1. **Дальний Восток.** Перелет Москва-Владивосток занял у путешественника 15 часов, а перелет Владивосток-Москва всего 1 час. Длительность перелета определялась как разница <u>местных</u> времен прилета и вылета Длина воздушной дистанции (в одну сторону) составляет 6400 км. Чему была равна средняя скорость самолета? Реальное время перелета и туда, и обратно одинаковое.

7.2. **Счастливая задача.** Водитель маршрутки, выехав в 13:00 с автостанции, заметил, что табло пробега показывало 66613 км. На конечную остановку он прибыл в 13:55, когда табло показывало 66666 км. Какие значения может иметь средняя скорость маршрутки? Выразите максимальную и минимальную средние скорости в км/ч. Обратите внимание, что время определялось без учета секунд, а пробег – без учета долей километра.

7.3. **Скоро зима!** Во время сильных снегопадов коммунальщики решили подогревать кузова грузовых автомобилей, чтобы собранный ими снег превращался в воду. При уборке одной из городских улиц было полностью заполнено водой 9 автомобилей. При этом в одном из новостных релизов было написано, что с этой улицы было вывезено V = 1000 кубометров снега. Определите пористость снега ε, т.е. отношение объема, занятого воздухом, к общему объему снежного пласта. Объем кузова V_0 = 10 м^3, плотность воды $\rho_в = 1000\,\frac{кг}{м^3}$, плотность льда $\rho_л = 900\,\frac{кг}{м^3}$.

7.4. **Коми монета.** В 2009 году Санкт-Петербургским монетным двором была выпущена в оборот десятирублевая биметаллическая монета, т.е. состоящая из двух металлов. Кольцо было сделано из латуни, а диск – из мельхиора. Известно, что плотности и латуни, и мельхиора примерно равны $\rho = 8{,}5\,\frac{г}{см^3}$.

Оцените массу одной монеты, используя информацию, изображенную на картинках.

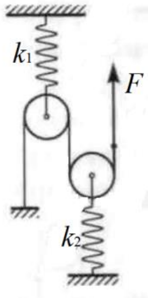
Формула площади круга $S = \frac{\pi D^2}{4}$, где $\pi \approx 3{,}14$, а $D -$ диаметр окужности.

8 класс

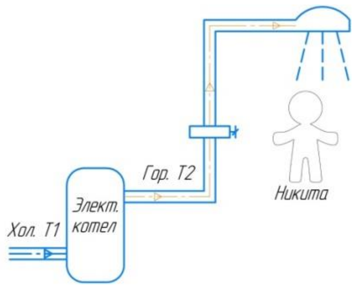
8.1. **Счастливая задача.** Водитель маршрутки, выехав в 13:00 с автостанции, заметил, что табло пробега показывало 66613 км. На конечную остановку он прибыл в 13:55, когда табло показывало 66666 км. Какие значения может иметь средняя скорость маршрутки? Выразите максимальную и минимальную средние скорости в км/ч. Обратите внимание, что время определялось без учета секунд, а пробег – без учета долей километра.

8.2. **Скоро зима!** Во время сильных снегопадов коммунальщики решили подогревать кузова грузовых автомобилей, чтобы собранный ими снег превращался в воду. При уборке одной из городских улиц было полностью заполнено водой 9 автомобилей. При этом в одном из новостных релизов было написано, что с этой улицы было вывезено V = 1000 кубометров снега. Определите пористость снега ε, т.е. отношение объема, занятого воздухом, к общему объему снежного пласта. Объем кузова V_0 = 10 м^3, плотность воды $\rho_в = 1000\,\frac{кг}{м^3}$, плотность льда $\rho_л = 900\,\frac{кг}{м^3}$.

8.3. **Эффективная жесткость.** Изначально нить, перекинутая через блок, не натянута. Назовем эффективным коэффициентом жесткости системы отношение силы F, приложенной к свободному концу нити, к смещению x этого конца под действием этой силы: $k_{эфф} = \frac{F}{x}$. Выразите эффективную жесткость системы $k_{эфф}$ через известные жесткости k_1 и k_2. Блоки и пружины невесомы, трения нет.



8.4. **Тепленькая пошла!** Экспериментатор Никита решил пойти в душ и заинтересовался мощностью N электрического котла, который стоит у него в подвале. Для этого он исследовал зависимость температуры воды T_2 на выходе из электрического котла от потока W воды через него (т.е. объема жидкости ΔV, протекающего за время Δt: $W = \Delta V/\Delta t$). Также он измерил температуру холодной воды T_1, поступающей в котел. Постройте график зависимости потока от разности температур горячей и холодной воды в таких координатах, чтобы он оказался линейным. Используя построенный график, определите мощность N. Плотность воды $\rho = 1000\,\frac{кг}{м^3}$, удельная теплоемкость воды $c = 4200\,\frac{Дж}{кг\cdot°C}$. Тепловых потерь нет.

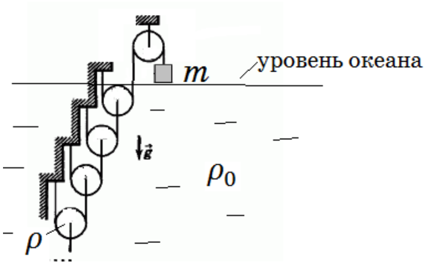


Номер опыта	T_1, °C	T_2, °C	W, мл/с
1	10	19.5	0.25
2		22.0	0.20
3		26.0	0.15
4		33.5	0.10
5		57.5	0.05

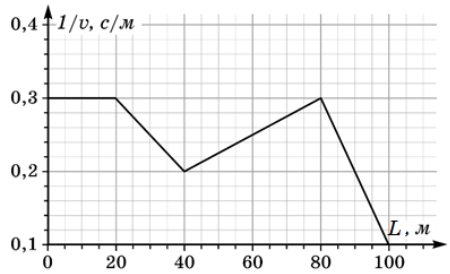
9 класс

9.1. **Неизвестное сопротивление.** Электрическая схема состоит из резисторов с сопротивлениями $3R$ и $6R$, соединенных последовательно. Параллельно к каждому из резисторов подключили резистор с неизвестным сопротивлением R_x. Эквивалентное сопротивление получившейся цепи получилось равным $5R$. Определите R_x.

9.2. М**ного блоков.** Из легких нитей и одинаковых цилиндрических блоков плотностью ρ, радиусом R и шириной h собрана бесконечная система. Найдите массу груза m, находящегося в воздухе, при которой система будет в равновесии. Все блоки, кроме неподвижного верхнего блока, погружены в океан. Плотность воды океана ρ_0 считайте известной и не изменяющейся с глубиной. Изменением ускорения свободного падения g с глубиной пренебречь, трения нет, течения нет.

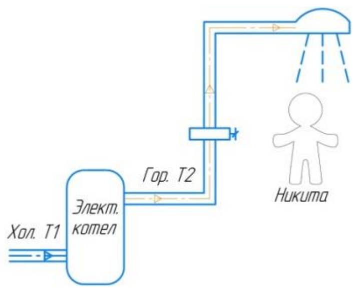


9.3. **Площадь?** На рисунке представлен график зависимости величины, обратной скорости тела *1/v*, от пройденного телом пути L. Найдите среднюю скорость тела за весь путь (100 м).



9.4. **В двойном фокусе.** На рисунке изображен точечный источник света, находящийся в двойном фокусе тонкой собирающей линзы, и сечение области видимости (О.В.) его изображения плоскостью рисунка. Перенесите (схематично) рисунок в бланк решений и восстановите положение линзы (ее сечение плоскостью рисунка) и ее фокусов.

9.5. **Тепленькая пошла!** Экспериментатор Никита решил пойти в душ и заинтересовался мощностью N электрического котла, который стоит у него в подвале. Для этого он исследовал зависимость температуры воды T_2 на выходе из электрического котла от потока W воды через него (т.е. объема жидкости ΔV, протекающего за время Δt: $W = \Delta V / \Delta t$). Также он измерил температуру холодной воды T_1, поступающей в котел. Постройте график зависимости потока от разности температур горячей и холодной воды в таких координатах, чтобы он оказался линейным. Используя построенный график, определите мощность N. Плотность воды $\rho = 1000\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, удельная теплоемкость воды $c = 4200\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}$. Тепловых потерь нет.

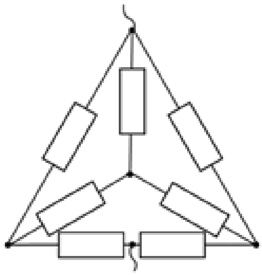


Номер опыта	T_1, °C	T_2, °C	W, мл/с
1	10	19.5	0.25
2		22.0	0.20
3		26.0	0.15
4		33.5	0.10
5		57.5	0.05

10 класс

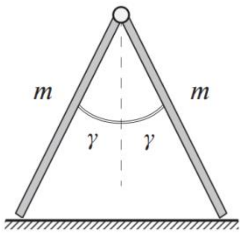
10.1. **Погоня за тенью.** От столба, на котором на высоте $H = 4$ м висит фонарь, начинает разгон с ускорением $a_0 = 0{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ высокий двухметровый школьник ($h = 2$ м). С каким ускорением a движется тень головы школьника?

10.2. **Звезда в треугольнике.** Определите сопротивление цепи, состоящей из 7 одинаковых резисторов сопротивлением R = 8 Ом.



10.3. **С интервалом.** С поверхности земли с интервалом τ бросили два камня с одинаковой начальной скоростью v_0 под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Когда оба камня одновременно оказались на высоте h = 10 м над землей, векторы их скоростей оказались перпендикулярны друг другу. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2 . Определите интервал τ и начальную скорость камней v_0.

10.4. **Шпагат-1.** На рисунке изображена конструкция, состоящая из соединённых шарнирно одинаковых однородных досок массой m, наклоненных под углами γ к вертикали. Определите, с какой силой взаимодействуют между собой части конструкции. При каком минимальном значении коэффициента трения μ между доской и полом части конструкции не будут разъезжаться? Система находится в равновесии. Трения в шарнире нет. Ускорение свободного падения g.



10.5. **Шпагат-2.** На рисунке изображена конструкция, состоящая из соединённых шарнирно одинаковых однородных досок, наклоненных под углами γ к вертикали. Если такую конструкцию поставить на абсолютно гладкую поверхность, то части конструкции будут разъезжаться. В тот момент, когда угол между досками увеличился вдвое (стал 4γ) , скорость шарнира стала равна ϑ. Определите скорости центров v_0 и нижних точек досок u. Укажите их направления.

11 класс

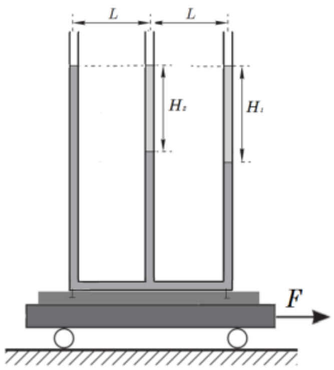
11.1. **Треугольник.** Тепловая машина в процессе с молярной теплоемкостью $2R$ увеличивает температуру рабочего тела (1 моля гелия) от T_1 до некой неизвестной температуры, далее уменьшает температуру до $2T_1$ в процессе с молярной теплоемкостью 3/2 R и возвращается в исходное состояние с теплоемкостью 5/2 R. Начертите PV-диаграмму тепловой машины и определите ее КПД.

11.2. **Резинка.** Заряженное резиновое кольцо имеет радиус R_1 = 13,6 см. Когда заряд кольца уменьшили вдвое, его радиус уменьшился до R_2 = 11,3 см. Определите радиус незаряженного кольца R_0. Для кольца справедлив закон Гука.

11.3. **В двойном фокусе.** На рисунке изображен точечный источник света, находящийся в двойном фокусе тонкой собирающей линзы, и сечение области видимости (О.В.) его изображения плоскостью рисунка. Перенесите (схематично) рисунок в бланк решений и восстановите положение линзы (ее сечение плоскостью рисунка) и ее фокусов.

11.4. **Максимальная мощность.** Тонкий цилиндрический проводник длиной l нагревается до температуры t_1 при подключении его к идеальному источнику напряжения. До какой длины L нужно пластично растянуть проводник, чтобы на нем выделялась максимально возможная тепловая мощность при подключении к тому же источнику? Температура в лаборатории постоянна и равна t_0. Температура плавления материала проводника t $(t_1 < t)$. Количество теплоты, отданное через площадку на границе раздела с воздухом площадью S за время t, пропорционально разности температур этих тел $Q = \beta t S \Delta T$. Считать, что этот металл почти не расширяется при нагревании, его удельное сопротивление не зависит от температуры. Мощностью теплоотдачи через торцы пренебречь.

11.5. **Тройник**. В правое колено сообщающегося сосуда, заполненного водой, наливают керосин высотой H_1, а в среднее – высотой H_2 = 20 см. Плотность керосина $\rho = 800\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, воды $\rho_0 = 1000\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Расстояние между коленами сосуда L = 50 см. Тележку начинают двигать с ускорением a таким, что высоты столбов жидкостей во всех трех сосудах становятся одинаковы и равны H = 100 см. Найдите H_1 и a. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2.



Решения

7 класс

7.1. **Дальний Восток.** Перелет Москва-Владивосток занял у путешественника 15 часов, а перелет Владивосток-Москва всего 1 час. Длительность перелета определялась как разница местных времен прилета и вылета Длина воздушной дистанции (в одну сторону) составляет 6400 км. Чему была равна средняя скорость самолета? Реальное время перелета и туда, и обратно одинаковое.

Решение (фольклор):

Пусть время перелета t, а разница часовых поясов Δt.

Тогда $\begin{cases} t + \Delta t = 15 \text{ ч} \\ t - \Delta t = 1 \text{ ч} \end{cases}$. Сложим два эти уравнения. Получим $2t = 16$ ч или $t = 8$ ч.

Средняя скорость $v_{\text{ср}} = \frac{L_{\text{весь}}}{t_{\text{всё}}} = \frac{6400 \text{ км}}{8 \text{ ч}} = 800 \text{ км/ч}$.

Критерии оценивания (10 баллов)

1	$\begin{matrix} t + \Delta t = 15 \text{ ч} \\ t - \Delta t = 1 \text{ ч} \end{matrix}$ или аналогичная система	4 балла
2	$t = 8$ ч	2 балла
3	$v_{\text{ср}} = \frac{L_{\text{весь}}}{t_{\text{всё}}}$	2 балла
4	$v_{\text{ср}} = 800$ км/ч	2 балла

7.2. **Счастливая задача.** Водитель маршрутки, выехав в 13:00 с автостанции, заметил, что табло пробега показывало 66613 км. На конечную остановку он прибыл в 13:55, когда табло показывало 66666 км. Какие значения может иметь средняя скорость маршрутки? Выразите максимальную и минимальную средние скорости в км/ч. Обратите внимание, что время определялось без учета секунд, а пробег – без учета долей километра.

Решение (Рубцов Д.Н.):

13:00 – это промежуток времени от 13:00:00 до 13:00:59, т.е. время на смартфоне определяется с точностью 60 с. Аналогично, с точностью до 1 км определяется пробег. Поэтому время пути – от 54 мин до 56 мин, длина пути – от 52 до 54 км.

Минимально возможная средняя скорость

$$v_{\text{мин}} = \frac{52\ \text{км}}{\frac{56}{60}\text{ч}} = 55{,}7\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Максимально возможная средняя скорость

$$v_{\text{макс}} = \frac{54\ \text{км}}{\frac{54}{60}\text{ч}} = 60\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Время пути – от 54 мин до 56 мин	2 балла
2	Длина пути – от 52 до 54 км	2 балла
3	$v_{\text{ср}} = \frac{L_{\text{весь}}}{t_{\text{всё}}}$	2 балла
4	$v_{\text{мин}} = 55{,}7\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$	2 балла
5	$v_{\text{макс}} = 60\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$	2 балла

7.3. **Скоро зима!** Во время сильных снегопадов коммунальщики решили подогревать кузова грузовых автомобилей, чтобы собранный ими снег превращался в воду. При уборке одной из городских улиц было полностью заполнено водой 9 автомобилей. При этом в одном из новостных релизов было написано, что с этой улицы было вывезено V = 1000 кубометров снега. Определите пористость снега ε, т.е. отношение объема, занятого воздухом, к общему объему снежного пласта. Объем кузова V_0 = 10 м^3, плотность воды $\rho_в = 1000\,\frac{кг}{м^3}$, плотность льда $\rho_л = 900\,\frac{кг}{м^3}$.

Решение (Рубцов Д.Н.):

По определению, объем пустот и объем снега относятся как

$$V_{пустот} = \varepsilon V_{снега}$$

Очевидно, что снег – это кристаллики льда и воздушные пустоты

$$V_{льда} = V_{снега} - V_{пустот} = (1-\varepsilon)V_{снега}$$

Из закона сохранения масс

$$\rho_в V_{воды} = \rho_л V_{льда}$$

Откуда

$$V_{воды} = \frac{\rho_л}{\rho_в}(1-\varepsilon)V_{снега}$$

Или в авторских обозначениях

$$9V_0 = \frac{\rho_л}{\rho_в}(1-\varepsilon)V$$

Окончательно

$$\varepsilon = 1 - \frac{9V_0\rho_в}{\rho_л V} = 0,9$$

Критерии оценивания (10 баллов)

1	$V_{льда} = V_{снега} - V_{пустот}$	1 балл
2	$\rho_в V_{воды} = \rho_л V_{льда}$	2 балла
3	$V_{льда} = (1-\varepsilon)V_{снега}$	2 балла
4	$\varepsilon = 1 - \frac{9V_0\rho_в}{\rho_л V} = 0,9$ *(3 балла – формула, 2 балла – число)*	5 баллов

7.4. **Коми монета.** В 2009 году Санкт-Петербургским монетным двором была выпущена в оборот десятирублевая биметаллическая монета, т.е. состоящая из двух металлов. Кольцо было сделано из латуни, а диск – из мельхиора. Известно, что плотности и латуни, и мельхиора примерно равны $\rho = 8{,}5\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Оцените массу одной монеты, используя информацию, изображенную на картинках.

Формула площади круга $S = \frac{\pi D^2}{4}$, где $\pi \approx 3{,}14$, а $D -$ диаметр окужности.

Решение (Рубцов Д.Н.):

Методом рядов определим диаметр и толщину 5 монет.

$$5D = (13{,}5 \pm 0{,}1)\ \text{см}, 5h = (0{,}9 \pm 0{,}1)\ \text{см}$$

Следовательно,

$$D = (2{,}70 \pm 0{,}02)\ \text{см}, h = (0{,}18 \pm 0{,}02)\ \text{см}$$

Объем монеты $V = Sh = \frac{\pi D^2}{4}h = 1{,}03 \pm 0{,}13\ \text{см}^3$

Масса монеты $m = \rho V = (8{,}8 \pm 1{,}1)$ г

Примечание: реальная масса монеты 8,45 г. От участников **не** требовалась оценка погрешностей!!! В решении приведены «ворота», в которые должны попадать участники олимпиады.

Критерии оценивания (10 баллов)

1	При измерении геометрических размеров использовался метод рядов (не менее 3 монет)	3 балла
2	Значение диаметра и толщины попадают в диапазон $D = (2{,}70 \pm 0{,}02)\ \text{см}, h = (0{,}18 \pm 0{,}02)\ \text{см}$	3 балла
3	$V = Sh = \frac{\pi D^2}{4}h$	1 балл
4	$m = \rho V$	1 балл
5	Масса монеты попадает в диапазон $(8{,}8 \pm 1{,}1)$ г	2 балла

8 класс

8.1. **Счастливая задача.** Водитель маршрутки, выехав в 13:00 с автостанции, заметил, что табло пробега показывало 66613 км. На конечную остановку он прибыл в 13:55, когда табло показывало 66666 км. Какие значения может иметь средняя скорость маршрутки? Выразите максимальную и минимальную средние скорости в км/ч. Обратите внимание, что время определялось без учета секунд, а пробег – без учета долей километра.

Решение (Рубцов Д.Н.):

13:00 – это промежуток времени от 13:00:00 до 13:00:59, т.е. время на смартфоне определяется с точностью 60 с. Аналогично, с точностью до 1 км определяется пробег. Поэтому время пути – от 54 мин до 56 мин, длина пути – от 52 до 54 км.

Минимально возможная средняя скорость

$$v_{\text{мин}} = \frac{52\ \text{км}}{\frac{56}{60}\,\text{ч}} = 55{,}7\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Максимально возможная средняя скорость

$$v_{\text{макс}} = \frac{54\ \text{км}}{\frac{54}{60}\,\text{ч}} = 60\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Время пути – от 54 мин до 56 мин	2 балла
2	Длина пути – от 52 до 54 км	2 балла
3	$v_{\text{ср}} = \frac{L_{\text{весь}}}{t_{\text{всё}}}$	2 балла
4	$v_{\text{мин}} = 55{,}7\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$	2 балла
5	$v_{\text{макс}} = 60\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$	2 балла

8.2. **Скоро зима!** Во время сильных снегопадов коммунальщики решили подогревать кузова грузовых автомобилей, чтобы собранный ими снег превращался в воду. При уборке одной из городских улиц было полностью заполнено водой 9 автомобилей. При этом в одном из новостных релизов было написано, что с этой улицы было вывезено V = 1000 кубометров снега. Определите пористость снега ε, т.е. отношение объема, занятого воздухом, к общему объему снежного пласта. Объем кузова V_0 = 10 м^3, плотность воды $\rho_в = 1000\,\frac{кг}{м^3}$, плотность льда $\rho_л = 900\,\frac{кг}{м^3}$.

Решение (Рубцов Д.Н.):

По определению, объем пустот и объем снега относятся как

$$V_{пустот} = \varepsilon V_{снега}$$

Очевидно, что снег – это кристаллики льда и воздушные пустоты

$$V_{льда} = V_{снега} - V_{пустот} = (1-\varepsilon)V_{снега}$$

Из закона сохранения масс

$$\rho_в V_{воды} = \rho_л V_{льда}$$

Откуда

$$V_{воды} = \frac{\rho_л}{\rho_в}(1-\varepsilon)V_{снега}$$

Или в авторских обозначениях

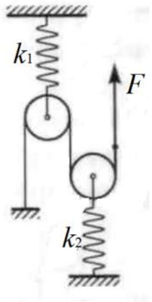
$$9V_0 = \frac{\rho_л}{\rho_в}(1-\varepsilon)V$$

Окончательно

$$\varepsilon = 1 - \frac{9V_0\rho_в}{\rho_л V} = 0{,}9$$

Критерии оценивания (10 баллов)

1	$V_{льда} = V_{снега} - V_{пустот}$	1 балл
2	$\rho_в V_{воды} = \rho_л V_{льда}$	2 балла
3	$V_{льда} = (1-\varepsilon)V_{снега}$	2 балла
4	$\varepsilon = 1 - \frac{9V_0\rho_в}{\rho_л V} = 0{,}9$ *(3 балла – формула, 2 балла – число)*	5 баллов



8.3. **Эффективная жесткость.** Изначально нить, перекинутая через блок, не натянута. Назовем эффективным коэффициентом жесткости системы отношение силы F, приложенной к свободному концу нити, к смещению x этого конца под действием этой силы: $k_{эфф} = \frac{F}{x}$. Выразите эффективную жесткость системы $k_{эфф}$ через известные жесткости k_1 и k_2. Блоки и пружины невесомы, трения нет.

Решение (фольклор):

Решение 1: Из расстановки сил на блоки ясно, что пружины натянуты с силой $2F$. Следовательно, удлинения пружин $\Delta x_1 = \frac{2F}{k_1}, \Delta x_2 = \frac{2F}{k_2}$.

Смещение конца нити $x = 2\Delta x_1 + 2\Delta x_2$.

Таким образом $k_{эфф} = \frac{F}{x} = \frac{k_1 k_2}{4(k_1+k_2)}$

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Пружины натянуты с силой $2F$	2 балла
2	Удлинения пружин $\Delta x_1 = \frac{2F}{k_1}, \Delta x_2 = \frac{2F}{k_2}$.	2 балла
3	Смещение конца нити $x = 2\Delta x_1 + 2\Delta x_2$	4 балла
4	$k_{эфф} = \dfrac{k_1 k_2}{4(k_1 + k_2)}$	2 балла

Решение 2: Из расстановки сил на блоки ясно, что пружины натянуты с силой $2F$.

Энергия деформированной пружины $W = \frac{kx^2}{2} = \frac{F^2}{2k}$

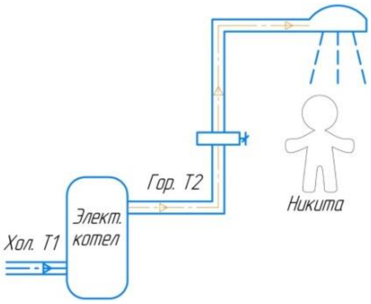
Закон сохранения энергии $\frac{F^2}{2k_{эфф}} = \frac{(2F)^2}{2k_1} + \frac{(2F)^2}{2k_2}$

Откуда сразу следует ответ $k_{эфф} = \frac{F}{x} = \frac{k_1 k_2}{4(k_1+k_2)}$

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Пружины натянуты с силой $2F$	2 балла
2	$\frac{F^2}{2k_{эфф}} = \frac{(2F)^2}{2k_1} + \frac{(2F)^2}{2k_2}$ *или аналогичное*	6 баллов
4	$k_{эфф} = \dfrac{k_1 k_2}{4(k_1 + k_2)}$	2 балла

8.4. **Тепленькая пошла!** Экспериментатор Никита решил пойти в душ и заинтересовался мощностью N электрического котла, который стоит у него в подвале. Для этого он исследовал зависимость температуры воды T_2 на выходе из электрического котла от потока W воды через него (т.е. объема жидкости ΔV, протекающего за время Δt: $W = \Delta V/\Delta t$). Также он измерил температуру холодной воды T_1, поступающей в котел. Постройте график зависимости потока от разности температур горячей и холодной воды в таких координатах, чтобы он оказался линейным. Используя построенный график, определите мощность N. Плотность воды $\rho = 1000\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, удельная теплоемкость воды $c = 4200\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}$. Тепловых потерь нет.

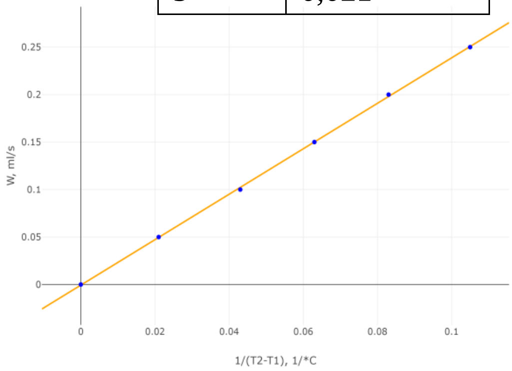


Номер опыта	$T_1, {}^\circ$C	$T_2, {}^\circ$C	W, мл/с
1	10	19.5	0.25
2		22.0	0.20
3		26.0	0.15
4		33.5	0.10
5		57.5	0.05

Решение (Бутрим Б.Г.):

За время Δt в котел попадает $\Delta m = \rho \Delta V = \rho W \Delta t$ воды при температуре T_1. Благодаря полученному от нагревателя теплу $\Delta Q = N\Delta t$ эта порция воды нагревается до температуры T_2: $\Delta Q = c\Delta m(T_2 - T_1)$. Тогда $W = \frac{N}{c\rho}\cdot\frac{1}{T_2-T_1}$ и график зависимости $W(\frac{1}{T_2-T_1})$ должен быть прямой пропорциональностью с угловым коэффициентом $\frac{N}{c\rho}$. Полученный угловой коэффициент $\frac{N}{c\rho} \approx 2{,}39\cdot 10^{-3}\,\frac{\text{м}^3\cdot{}^\circ\text{C}}{\text{с}}$. Ответ $N \approx$ 10 кВт.

Номер опыта	$\frac{1}{T_2 - T_1}, {}^\circ\text{C}^{-1}$
1	0,105
2	0,083
3	0,063
4	0,043
5	0,021



Критерии оценивания (10 баллов)

1	$\Delta m = \rho W \Delta t$	1 балл
2	$\Delta Q = N\Delta t$	1 балл
3	$\Delta Q = c\Delta m(T_2 - T_1)$	1 балл
4	$W = \frac{N}{c\rho}\cdot\frac{1}{T_2 - T_1}$	1 балл
5	Выбрана линеаризация $W(\frac{1}{T_2-T_1})$ или $(1/W)(T_2 - T_1)$	1 балл
6	Пересчет $\frac{1}{T_2-T_1}$ в таблице или аналог.	1 балл
7	Построен линеаризованный график (подписаны оси 0,5 балла, разумная оцифровка осей 0,5 балла, нанесены точки 0,5 балла, проведена прямая 0,5 балла)	2 балла
8	угловой коэффициент $\approx 2{,}39\cdot 10^{-3}\,\frac{\text{м}^3\cdot{}^\circ\text{C}}{\text{с}}$	1 балл
9	Ответ $N \approx 10$ кВт	1 балл

9 класс

9.1. **Неизвестное сопротивление.** Электрическая схема состоит из резисторов с сопротивлениями $3R$ и $6R$, соединенных последовательно. Параллельно к каждому из резисторов подключили резистор с неизвестным сопротивлением R_x. Эквивалентное сопротивление получившейся цепи получилось равным $5R$. Определите R_x.

Решение (Рубцов Д.Н., Куликов И.В.):

Первый вариант решения (Рубцов Д.Н.). По правилам последовательного и параллельного соединения

$$5R = \frac{3RR_x}{3R + R_x} + \frac{6RR_x}{6R + R_x}$$

Это уравнение сводится к квадратному:

$$4R_x^2 - 9RR_x - 90R^2 = 0$$

Ответ: $R_x = 6R$. Второй корень квадратного уравнения $R_x < 0$ смысла не имеет.

Второй вариант решения (Куликов И.В.). Заменим резистор $3R$ на два параллельно соединенных резистора $6R$. Обозначим за R_y связку параллельно соединенных резисторов $6R$ и R_x. Тогда, по правилам последовательного и параллельного соединения

$$\frac{6RR_y}{6R + R_y} + R_y = 5R$$

Это эквивалентно квадратному уравнению $R_y^2 + 7RR_y - 30R^2 = 0$ или $(R_y + 10R)(R_y - 3R) = 0$. Отрицательный корень физического смысла не имеет, следовательно, $R_y = 3R$. Осталось сказать, что $\frac{1}{R_y} = \frac{1}{6R} + \frac{1}{R_x}$. Ответ $R_x = 6R$.

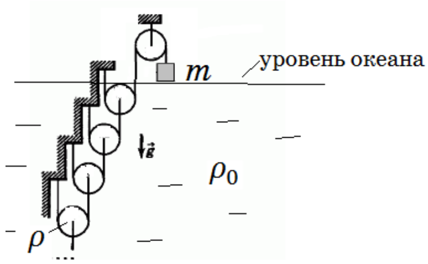
Критерии оценивания (10 баллов)

1	Продемонстрированы знания правил последовательного и параллельного соединения	2 балла
2	Получено выражение (или аналогичное) $5R = \frac{3RR_x}{3R + R_x} + \frac{6RR_x}{6R + R_x}$	3 балла
3	Получено итоговое квадратное уравнение $4R_x^2 - 9RR_x - 90R^2 = 0$	2 балла
4	Получен ответ $R_x = 6R$	2 балла
5	Обоснованно отброшен второй корень	1 балл

При угадывании ответа баллы ставятся только за пункты 1 и 4. Если произведена проверка угаданного ответа – то и за пункт 2.

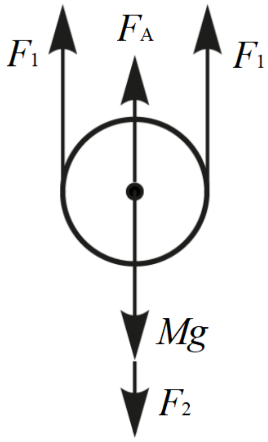
9.2. М**ного блоков.** Из легких нитей и одинаковых цилиндрических блоков плотностью ρ, радиусом R и шириной h собрана бесконечная система.

Найдите массу груза m, находящегося в воздухе, при которой система будет в равновесии. Все блоки, кроме неподвижного верхнего блока, погружены в океан. Плотность воды океана ρ_0 считайте известной и не изменяющейся с глубиной.
Изменением ускорения свободного падения g с глубиной пренебречь, трения нет, течения нет.



Решение (фольклор):

Обозначим силу натяжения верхней нити за F. Условие равновесия для груза m: $mg = F$.



Объем одного блока $V = \pi R^2 h$. Масса блока $M = \rho V = \rho \pi R^2 h$. На блок, находящийся в воде, действуют пять сил: две силы натяжения вверх F_1, одна – вниз F_2, сила тяжести Mg и сила Архимеда $F_A = \rho_0 g V$.

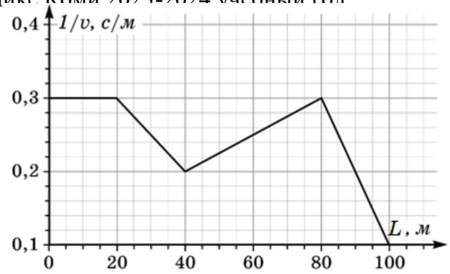
Условие равновесия: $2F_1 + F_A = F_2 + Mg$.

Рассмотрим блоки, находящиеся в воде. Мысленно уберем верхний блок, находящийся в воде. Оставшаяся система также бесконечна ("$\infty - 1 = \infty$") и ничем не отличается от исходной. Следовательно, силы натяжения всех нитей одинаковы! $F_1 = F_2 = F$.

Ответ $m = (\rho - \rho_0)\pi R^2 h$

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Условие равновесия для груза m: $mg = F$	1 балл
2	Объем одного блока $V = \pi R^2 h$	1 балл
3	Масса блока $M = \rho V$	0,5 балла
4	Правильная расстановка сил на блок, находящийся в воде	2 балла
5	Формула $F_A = \rho_0 g V$	0,5 балла
6	Условие равновесия: $2F_1 + F_A = F_2 + Mg$	2 балла
7	Силы натяжения всех нитей одинаковы!	2 балла
8	$m = (\rho - \rho_0)\pi R^2 h$	1 балл



9.3. **Площадь?** На рисунке представлен график зависимости величины, обратной скорости тела *1/v*, от пройденного телом пути L. Найдите среднюю скорость тела за весь путь (100 м).

Решение (фольклор):

Формула средней скорости $v_{\text{ср}} = \frac{L_{\text{весь}}}{t_{\text{всё}}}$. По условию $L_{\text{весь}} = 100$ м. Осталось определить время.

По определению, маленький промежуток времени – это отношение маленького пройденного пути и скорости на этом маленьком промежутке (будем считать промежуток настолько маленьким, что скорость на нем почти неизменна):

$$\Delta t = \frac{\Delta L}{v} = \Delta L \cdot \frac{1}{v}$$

Геометрически, величина $\Delta t = \Delta L \cdot \frac{1}{v}$ является площадью столбика (прямоугольника) со сторонами ΔL и $\frac{1}{v}$ на нашем графике. Значит, все время – это площадь под графиком!

При подсчете искомой площади необходимо обратить внимание, что график начинается не с «нуля». Полученная площадь $t_{\text{всё}} = 25$ с.

Ответ $v_{\text{ср}} = \frac{100\text{ м}}{25\text{ с}} = 4\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Фактически, проведенная нами процедура является взятием определенного интеграла.

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Формула средней скорости $v_{\text{ср}} = \frac{L_{\text{весь}}}{t_{\text{всё}}}$	1 балл
2	Доказано, что время – это площадь под графиком!	4 балла
3	$t_{\text{всё}} = 25$ с	4 балла
4	$v_{\text{ср}} = \frac{100\text{ м}}{25\text{ с}} = 4\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$	1 балл

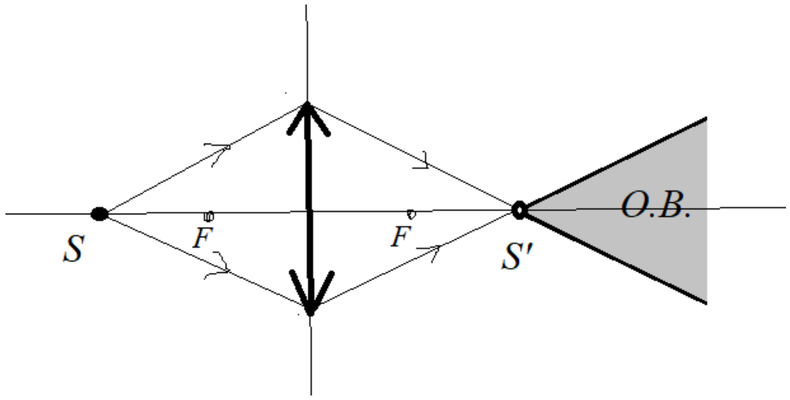
Некоторые дети могли не догадаться до идеи «площади под графиком», но могли оценочно взять среднюю скорость тела от 3,3 м/с до 10 м/с (за этот диапазон выйти невозможно, так как тело не двигалось со скоростями вне этого диапазона). В этом случае им можно ставить баллы только за пункт 1. Однако если они указали погрешность своего ответа (обоснованно посчитанную), например, $(6{,}7 \pm 3{,}4)\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, то можно ставить баллы и за пункт 4.

9.4. **В двойном фокусе.** На рисунке изображен точечный источник света, находящийся в двойном фокусе тонкой собирающей линзы, и сечение области видимости (О.В.) его изображения плоскостью рисунка. Перенесите (схематично) рисунок в бланк решений и восстановите положение линзы (ее сечение плоскостью рисунка) и ее фокусов.

Решение (Рубцов Д.Н.):

Точечный источник света, находящийся в двойном фокусе тонкой собирающей линзы, дает действительное изображение, находящееся в другом двойном фокусе. Это следует из формулы тонкой линзы или из подобия треугольников при рассмотрении хода луча в тонкой линзе.

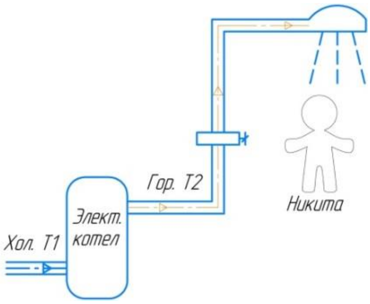
Область видимости действительного изображения исходит от самого этого изображения S’. Следовательно, отрезок, соединяющий источник S и изображение S’, лежит на главной оптической оси линзы. Середина этого отрезка – оптический центр линзы, а срединный перпендикуляр лежит в плоскости линзы. Продолжение крайних лучей области видимости до плоскости линзы дает нам ограничение на размер линзы. Фокусы восстанавливаются тривиально.



Критерии оценивания (10 баллов)

1	Изображение находится в двойном фокусе	1 балл
2	Вершина конуса области видимости – само изображение	1 балл
3	Восстановлена Г.О.О.	1 балл
4	Восстановлен оптический центр линзы	1 балл
5	Восстановлена плоскость линзы	2 балла
6	Ограничен размер линзы	3 балла
7	Восстановлены оба фокуса	1 балл

9.5. **Тепленькая пошла!** Экспериментатор Никита решил пойти в душ и заинтересовался мощностью N электрического котла, который стоит у него в подвале. Для этого он исследовал зависимость температуры воды T_2 на выходе из электрического котла от потока W воды через него (т.е. объема жидкости ΔV, протекающего за время Δt: $W = \Delta V/\Delta t$). Также он измерил температуру холодной воды T_1, поступающей в котел. Постройте график зависимости потока от разности температур горячей и холодной воды в таких координатах, чтобы он оказался линейным. Используя построенный график, определите мощность N. Плотность воды $\rho = 1000\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, удельная теплоемкость воды $c = 4200\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}$. Тепловых потерь нет.

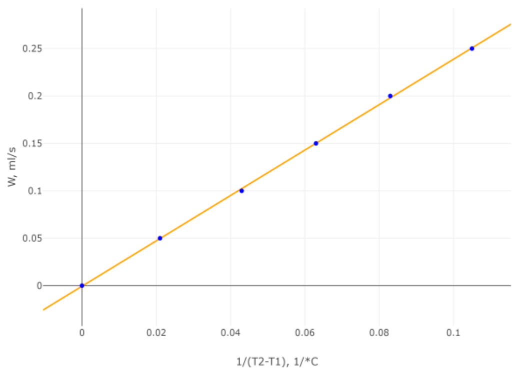


Номер опыта	$T_1, {}^\circ\text{C}$	$T_2, {}^\circ\text{C}$	W, мл/с
1	10	19.5	0.25
2		22.0	0.20
3		26.0	0.15
4		33.5	0.10
5		57.5	0.05

Решение (Бутрим Б.Г.):

За время Δt в котел попадает $\Delta m = \rho \Delta V = \rho W \Delta t$ воды при температуре T_1. Благодаря полученному от нагревателя теплу $\Delta Q = N\Delta t$ эта порция воды нагревается до температуры T_2: $\Delta Q = c\Delta m(T_2 - T_1)$. Тогда $W = \frac{N}{c\rho} \cdot \frac{1}{T_2 - T_1}$ и график зависимости $W(\frac{1}{T_2-T_1})$ должен быть прямой пропорциональностью с угловым коэффициентом $\frac{N}{c\rho}$. Полученный угловой коэффициент $\frac{N}{c\rho} \approx 2{,}39 \cdot 10^{-3}\,\frac{\text{м}^3\cdot{}^\circ\text{C}}{\text{с}}$. Ответ $N \approx 10$ кВт.

Номер опыта	$\frac{1}{T_2 - T_1}, {}^\circ\text{C}^{-1}$
1	0,105
2	0,083
3	0,063
4	0,043
5	0,021



Критерии оценивания (10 баллов)

1	$\Delta m = \rho W \Delta t$	1 балл
2	$\Delta Q = N\Delta t$	1 балл
3	$\Delta Q = c\Delta m(T_2 - T_1)$	1 балл
4	$W = \frac{N}{c\rho} \cdot \frac{1}{T_2 - T_1}$	1 балл
5	Выбрана линеаризация $W(\frac{1}{T_2-T_1})$ или $(1/W)(T_2 - T_1)$	1 балл
6	Пересчет $\frac{1}{T_2-T_1}$ в таблице или аналог.	1 балл
7	Построен линеаризованный график (подписаны оси 0,5 балла, разумная оцифровка осей 0,5 балла, нанесены точки 0,5 балла, проведена прямая 0,5 балла)	2 балла
8	угловой коэффициент $\approx 2{,}39 \cdot 10^{-3}\,\frac{\text{м}^3\cdot{}^\circ\text{C}}{\text{с}}$	1 балл
9	Ответ $N \approx 10$ кВт	1 балл

10 класс

10.1. **Погоня за тенью.** От столба, на котором на высоте $H = 4$ м висит фонарь, начинает разгон с ускорением $a_0 = 0{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ высокий двухметровый школьник ($h = 2$ м). С каким ускорением a движется тень головы школьника?

Решение (фольклор):

Пусть L – расстояние от тени головы до фонаря, а l – расстояние от школьника до фонаря. Из подобия треугольников следует

$$\frac{H}{L} = \frac{h}{L - l}$$

Для равноускоренного движения

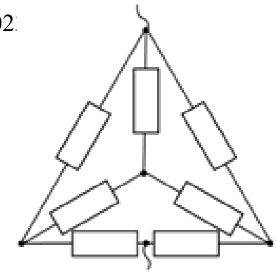
$$l = \frac{a_0 t^2}{2}, L = \frac{a t^2}{2}$$

Откуда следует ответ:

$$a = a_0 \frac{H}{H - h} = 1{,}0\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Рисунок, на котором изображены фонарь, школьник, тень от школьника (понимание закона прямолинейного распространения света)	2 балла
2	Записано подобие треугольников (связаны высоты фонаря/школьника и длины)	3 балла
3	Формулы путей при равноускоренном движении $l = \frac{a_0 t^2}{2}, L = \frac{a t^2}{2}$	2 балла (по 1 баллу)
4	Ответ $a = a_0 \frac{H}{H-h} = 1{,}0\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$	3 балла (2 балла формула + 1 балл число с размерностью)



10.2. **Звезда в треугольнике.** Определите сопротивление цепи, состоящей из 7 одинаковых резисторов сопротивлением R = 8 Ом.

Решение (фольклор):

Решение 1. Пусть через два нижних резистора внутренней звезды течет ток силой I. Тогда через верхний резистор звезды течет ток $2I$, через левый и правый резисторы треугольника $3I$ *(из равенства напряжений)*, через нижние резисторы треугольника – $4I$. Искомое $R_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{7IR}{8I} = \frac{7}{8}R = 7$ Ом.

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Обоснованная расстановка токов (по 1 баллу за каждый резистор)	7 баллов
2	$R_0 = \frac{U_0}{I_0}$	1 балл
3	$R_0 = \frac{7}{8}R = 7$ Ом	2 балла

Решение 2. Внутреннюю звезду можно заменить на треугольник с втрое большими сопротивлениями. Задача свелась к тривиальной задаче на параллельные/последовательные соединения.

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Корректное преобразование «звезда-треугольник»	3 балла
2	Через новый нижний резистор 3R ток не идет	2 балла
3	Верное применение правил параллельных/последовательных соединений	2 балла
4	$R_0 = \frac{U_0}{I_0}$	1 балл
5	$R_0 = \frac{7}{8}R = 7$ Ом	2 балла

Решение 3. Самый верхний резистор можно представить как два параллельных резистора сопротивлением 2R. Тогда центральный узел можно разъединить. Задача свелась к тривиальной задаче на параллельные/последовательные соединения.

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Корректное разъединение центрального узла	5 баллов
2	Верное применение правил параллельных/последовательных соединений	2 балла
3	$R_0 = \frac{U_0}{I_0}$	1 балл
4	$R_0 = \frac{7}{8}R = 7$ Ом	2 балла

Возможны и другие решения!!!

10.3. **С интервалом.** С поверхности земли с интервалом τ бросили два камня с одинаковой начальной скоростью v_0 под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Когда оба камня одновременно оказались на высоте h = 10 м над землей, векторы их скоростей оказались перпендикулярны друг другу. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2 . Определите интервал τ и начальную скорость камней v_0.

Решение (фольклор):

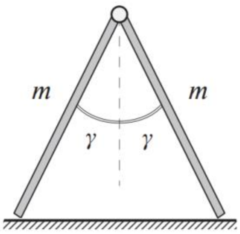
На одинаковой высоте оба камня имеют одинаковую скорость v. Т.к. векторы этих скоростей перпендикулярны, то угол наклона вектора скорости v направлен под углом 45° (из симметрии). Ясно, что через τ второй оказывается на том же месте траектории, где был первый. Тогда $\tau = \frac{2v\sin 45°}{g}$. Т.к. ускорение свободного падения перпендикулярно горизонту, то горизонтальная компонента скорости сохраняется в течение полета: $v\cos 45° = v_0 \cos\alpha$. Из ЗСЭ следует, что $v_0^2 = v^2 + 2gh$. Из этих уравнений находим ответы: $v_0 = \sqrt{\frac{2gh}{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha}} = 20\frac{\text{м}}{\text{с}}, \tau = 2\sqrt{\frac{2h}{g(\tan^2\alpha - 1)}} = 2\ c.$

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Найден угол на высоте h (45°)	2 балла
2	Через t второй оказывается на том же месте траектории, где был первый	2 балла
3	Приравнены горизонтальные компоненты скорости	1 балл
4	Выражено время для полета из h в h	2 балла
5	ЗСЭ	1 балл
6	Ответ для t (половина баллов за число)	1 балл
7	Ответ для скорости (половина баллов за число)	1 балл

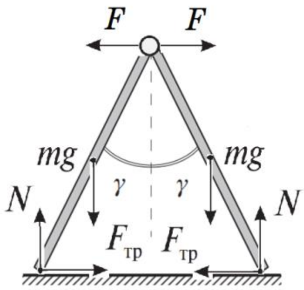
Возможны и другие решения. Их стоит оценивать исходя из степени продвижения. Верные решения, отличающиеся от авторского, оцениваются полным баллом!

10.4. **Шпагат-1.** На рисунке изображена конструкция, состоящая из соединённых шарнирно одинаковых однородных досок массой m, наклоненных под углами γ к вертикали. Определите, с какой силой взаимодействуют между собой части конструкции. При каком минимальном значении коэффициента трения μ между доской и полом части конструкции не будут разъезжаться? Система находится в равновесии. Трения в шарнире нет. Ускорение свободного падения g.



Решение (фольклор):

Расставим внешние силы на всю систему (две силы тяжести, две силы реакции и две силы трения) и внутреннюю силу F. Сила, действующая со стороны правой части конструкции на левую равна по модулю и противоположна по направлению силе, действующей со стороны левой части на правую. Значит, из соображений симметрии, конструкции понятно, что сила F горизонтальна. Из правила моментов относительно левой нижней точки (для левой части конструкции) получим $F = mg\frac{\tan\gamma}{2}$.

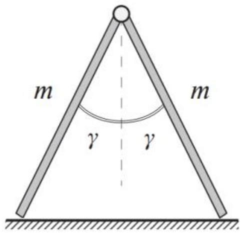


При искомом минимальном значении коэффициента трения сумма сил равна нулю, а сила трения максимальна. Из равенства нулю суммы сил следует, что $N = mg$ и $F_{тр} = F = mg\frac{\tan\gamma}{2}$. Сила трения максимальна, а значит $F_{тр} = \mu N = \mu mg$. Итак, минимальное значение коэффициента трения: $\mu = \frac{\tan\gamma}{2}$.

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Сила F горизонтальна	2 балла
2	Верная расстановка сил на одну доску	2 балла
3	Записано правило моментов	1 балл
4	$F = mg\frac{\tan\gamma}{2}$.	1 балл
5	$N = mg$ и $F_{тр} = F$	2 балла
6	$F_{тр} = \mu N$	1 балл
7	$\mu = \frac{\tan\gamma}{2}$	1 балл

10.5. **Шпагат-2.** На рисунке изображена конструкция, состоящая из соединённых шарнирно одинаковых однородных досок, наклоненных под углами γ к вертикали. Если такую конструкцию поставить на абсолютно гладкую поверхность, то части конструкции будут разъезжаться. В тот момент, когда угол между досками увеличился вдвое (стал 4γ) , скорость шарнира стала равна ϑ. Определите скорости центров v_0 и нижних точек досок u. Укажите их направления.



Решение (фольклор):

Вектор скорости шарнира направлен вертикально вниз, а нижние точки движутся горизонтально вдоль поверхности. Кинематическая связь на жесткость стержня (проекции скоростей точек на ось, проходящую через эти точки, равны) дает ответ $u = v\cot 2\gamma$. Мгновенный центр вращения левой доски находится на пересечении перпендикуляров к скоростям u и v. Соединим МЦ с серединой стержня. Получим отрезок (плечо скорости v_0), являющийся медианой в прямоугольном треугольнике. Она, в свою очередь, равна половине длины доски. Скорость v_0 перпендикулярна этому отрезку. Выразив угловые скорости дважды (для v и v_0), получим искомый ответ $v_0 = \frac{v}{2\sin 2\gamma}$.

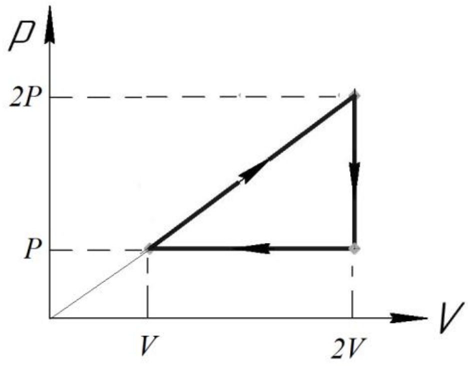
Критерии оценивания (10 баллов)

1	Вектор скорости шарнира направлен вертикально вниз	1 балл
2	Нижние точки движутся горизонтально вдоль поверхности	1 балл
3	Записано уравнение на жесткость стержня	2 балла
4	$u = v\cot 2\gamma$	1 балл
5	Найден мгновенный центр вращения или аналогичное	1 балл
6	Верно найдено направление скорости v_0	2 балла
7	$v_0 = \dfrac{v}{2\sin 2\gamma}$	2 балла

11 класс

11.1. **Треугольник.** Тепловая машина в процессе с молярной теплоемкостью $2R$ увеличивает температуру рабочего тела (1 моля гелия) от T_1 до некой неизвестной температуры, далее уменьшает температуру до $2T_1$ в процессе с молярной теплоемкостью 3/2 R и возвращается в исходное состояние с теплоемкостью 5/2 R. Начертите PV-диаграмму тепловой машины и определите ее КПД.

Решение (фольклор):



Процесс с молярной теплоемкостью 3/2 R – процесс с неизменным объемом.

Процесс с молярной теплоемкостью 5/2 R – процесс с неизменным давлением.

Процесс с молярной теплоемкостью 2R – процесс p ~ V. Это следует, например, из уравнения политропы.

Конфигурация, описанная в задаче на PV-диаграмме выглядит как треугольник.

Из подобия треугольников и из уравнения Менделеева-Клапейрона следует, что неизвестная температура – это $4\mathrm{T}_1$.

Для начальной точки процесса $\mathrm{PV} = \mathrm{RT}_1$. Работа за цикл равна $\mathrm{A} = \frac{\mathrm{PV}}{2} = \frac{\mathrm{RT}_1}{2}$. Тепло подводилось только на начальном участке $\mathrm{Q}_+ = 2\mathrm{R} \cdot 3\mathrm{T}_1 = 6\mathrm{RT}_1$.

Искомое КПД $\eta = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{Q}_+} = \frac{1}{12}$

Критерии оценивания (10 баллов)

1	$\frac{3}{2}R = C_V$	0,5 балла
2	$\frac{5}{2}R = C_p$	0,5 балла
3	Процесс с молярной теплоемкостью 2R – процесс p ~ V	2 балла
4	Правильно начерчен качественный вид PV-диаграммы	2 балла
5	Грамотно применены уравнения Менделеева-Клапейрона	1 балл
6	$\mathrm{A} = \frac{\mathrm{PV}}{2} = \frac{\mathrm{RT}_1}{2}$ или аналогичное	1 балл
7	$\mathrm{Q}_+ = 6\mathrm{RT}_1$ или аналогичное	1 балл
8	$\eta = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{Q}_+}$ или аналогичное	1 балл
9	Ответ $\eta = \frac{1}{12}$	1 балл

11.2. Резинка. Заряженное резиновое кольцо имеет радиус $R_1 = 13{,}6$ см. Когда заряд кольца уменьшили вдвое, его радиус уменьшился до $R_2 = 11{,}3$ см. Определите радиус незаряженного кольца R_0. Для кольца справедлив закон Гука.

Решение (Рубцов Д.Н.):

Из соображений симметрии заряд Q распределится равномерно по всему кольцу радиусом R, поэтому можно говорить о погонной плотности заряда $\lambda = \frac{Q}{2\pi R}$.

Рассмотрим маленькую часть кольца радиусом (дуга угловым размером $\alpha \to 0$). Она отталкивается от всех элементарных частей кольца, суммарная кулоновская сила направлена перпендикулярно ей и уравновешивается противонаправленными компонентами гуковских сил.

Ясно, что кулоновская сила пропорциональна заряда всего кольца и заряду маленькой части и обратно пропорциональна квадрату радиуса $F_к = \delta \frac{Q\lambda R\alpha}{R^2} = \delta \frac{Q^2\alpha}{2\pi R^2}$.

Суммарная сила упругости равна $F_0 = k(2\pi R - 2\pi R_0)$, тогда ее компонента, уравновешивающая кулоновскую силу $F = 2F_0 \sin\frac{\alpha}{2} = F_0\alpha$.

Приравнивая $F_к = F$, получим $(*)\delta \frac{Q^2}{4\pi^2 R^2} = R - R_0$. Заменим $\frac{\delta}{4\pi^2} = \gamma$. Напишем уравнения для наших случаев

$$(1)\ \gamma \frac{Q^2}{R_1^2} = R_1 - R_0$$

$$(2)\ \gamma \frac{Q^2}{4R_2^2} = R_2 - R_0$$

Решив получившуюся систему, получим ответ $R_0 = \frac{4R_2^3 - R_1^3}{4R_2^2 - R_1^2} = 10{,}0$ см.

Критерии оценивания (10 баллов)

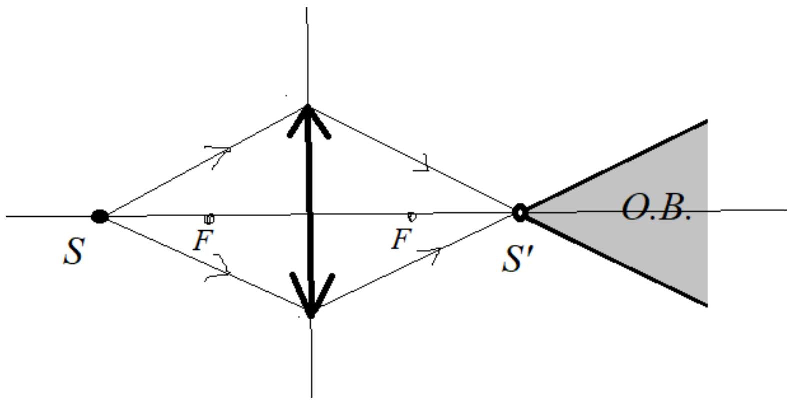
1	Идея того, что резинка растягивается из-за взаимного электростатического отталкивания	0,5 балла
2	Суммарная кулоновская сила направлена перпендикулярно элементарному участку кольца	0,5 балла
3	Баланс сил $F = 2F_0 \sin\frac{\alpha}{2} = F_0\alpha$	2 балла
4	Закон Гука $F_0 = k(2\pi R - 2\pi R_0)$,	1 балл
5	Кулоновская сила пропорциональна заряда всего кольца и заряду маленькой части и обратно пропорциональна квадрату радиуса $F_к = \delta \frac{Q\lambda R\alpha}{R^2} = \delta \frac{Q^2\alpha}{2\pi R^2}$.	2 балла
6	Записана система уравнений (1) и (2)	2 балла
7	$R_0 = \frac{4R_2^3 - R_1^3}{4R_2^2 - R_1^2} = 10{,}0$ см	2 балла

11.3. **В двойном фокусе.** На рисунке изображен точечный источник света, находящийся в двойном фокусе тонкой собирающей линзы, и сечение области видимости (О.В.) его изображения плоскостью рисунка. Перенесите (схематично) рисунок в бланк решений и восстановите положение линзы (ее сечение плоскостью рисунка) и ее фокусов.

Решение (Рубцов Д.Н.):

Точечный источник света, находящийся в двойном фокусе тонкой собирающей линзы, дает действительное изображение, находящееся в другом двойном фокусе. Это следует из формулы тонкой линзы или из подобия треугольников при рассмотрении хода луча в тонкой линзе.

Область видимости действительного изображения исходит от самого этого изображения S’. Следовательно, отрезок, соединяющий источник S и изображение S’, лежит на главной оптической оси линзы. Середина этого отрезка – оптический центр линзы, а срединный перпендикуляр лежит в плоскости линзы. Продолжение крайних лучей области видимости до плоскости линзы дает нам ограничение на размер линзы. Фокусы восстанавливаются тривиально.



Критерии оценивания (10 баллов)

1	Изображение находится в двойном фокусе	1 балл
2	Вершина конуса области видимости – само изображение	1 балл
3	Восстановлена Г.О.О.	1 балл
4	Восстановлен оптический центр линзы	1 балл
5	Восстановлена плоскость линзы	2 балла
6	Ограничен размер линзы	3 балла
7	Восстановлены оба фокуса	1 балл

11.4. **Максимальная мощность.** Тонкий цилиндрический проводник длиной l нагревается до температуры t_1 при подключении его к идеальному источнику напряжения. До какой длины L нужно пластично растянуть проводник, чтобы на нем выделялась максимально возможная тепловая мощность при подключении к тому же источнику? Температура в лаборатории постоянна и равна t_0. Температура плавления материала проводника t ($t_1 < t$). Количество теплоты, отданное через площадку на границе раздела с воздухом площадью S за время t, пропорционально разности температур этих тел $Q = \beta t S \Delta T$. Считать, что этот металл почти не расширяется при нагревании, его удельное сопротивление не зависит от температуры. Мощностью теплоотдачи через торцы пренебречь.

Решение (Рубцов Д.Н.):

$m = Sl\rho$, $R = \delta l/S \to R = \alpha l^2$. Площадь теплоотдачи $S_0 = 2\pi r l = \gamma\sqrt{l}$

Мощность электрическая идет на мощность потерь. $\frac{U^2}{\alpha \times l^2} = \beta(t_1 - t_0)\sqrt{l}$

Для искомого случая справедливо уравнение $\frac{U^2}{\alpha \times L^2} = \beta(t_2 - t_0)\sqrt{L}$

Нетрудно найти, что мощность пропорциональна разности температур в степени 4/5

$$P = k\sqrt[5]{(t_1 - t_0)^4}$$

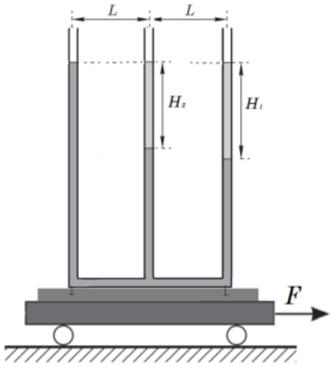
Мощность максимальна, когда температура, до которой нагревается проводник, равна температуре плавления.

$$L = l \times \sqrt[\frac{5}{2}]{\frac{(t_1 - t_0)}{(t - t_0)}}$$

Критерии оценивания (10 баллов)

1	$m = Sl\rho$	0,5 балла
2	$R = \delta l/S$	0,5 балла
3	$S_0 \sim rl$	0,5 балла
4	$S \sim r^2$	0,5 балла
5	Записаны уравнения ТБ	3 балла
6	$P = k\sqrt[5]{(t_1 - t_0)^4}$	2 балла
7	Сделан вывод, что мощность – максимальна, когда проводник нагревается до температуры плавления	1 балл
8	$L = l \times \sqrt[\frac{5}{2}]{\frac{(t_1 - t_0)}{(t - t_0)}}$	2 балла

11.5. **Тройник**. В правое колено сообщающегося сосуда, заполненного водой, наливают керосин высотой H_1, а в среднее – высотой H_2 = 20 см. Плотность керосина $\rho = 800\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, воды $\rho_0 = 1000\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Расстояние между коленами сосуда L = *50 см*. Тележку начинают двигать с ускорением a таким, что высоты столбов жидкостей во всех трех сосудах становятся одинаковы и равны H = 100 см. Найдите H_1 и a. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2.



Решение (фольклор):

Т.к. сила F горизонтальна, то и ускорение системы также горизонтально. Это значит, что давления в нижних точках колен равны $p_1 = \rho_0 g(H - H_1) + \rho g H_1$, $p_2 = \rho_0 g(H - H_2) + \rho g H_2$, $p_3 = \rho_0 g H$. Запишем 2 закон Ньютона (теорема о движении центра масс) для горизонтальных столбов воды между коленами: $(p_3 - p_2)S = (p_2 - p_1)S = \rho_0 a L S$. Из этих уравнений получим, что $H_1 = 2H_2 = 40$ см и $a = g \cdot \frac{(\rho_0 - \rho)H_2}{\rho_0 L} = 0{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Выражения для давлений в нижних точках колен	3 балла
2	Теорема о движении центра масс для горизонтальных столбов воды между коленами	3 балла
3	$H_1 = 2H_2 = 40$ см	2 балла
5	$a = g \cdot \dfrac{(\rho_0 - \rho)H_2}{\rho_0 L} = 0{,}8\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$	2 балла