

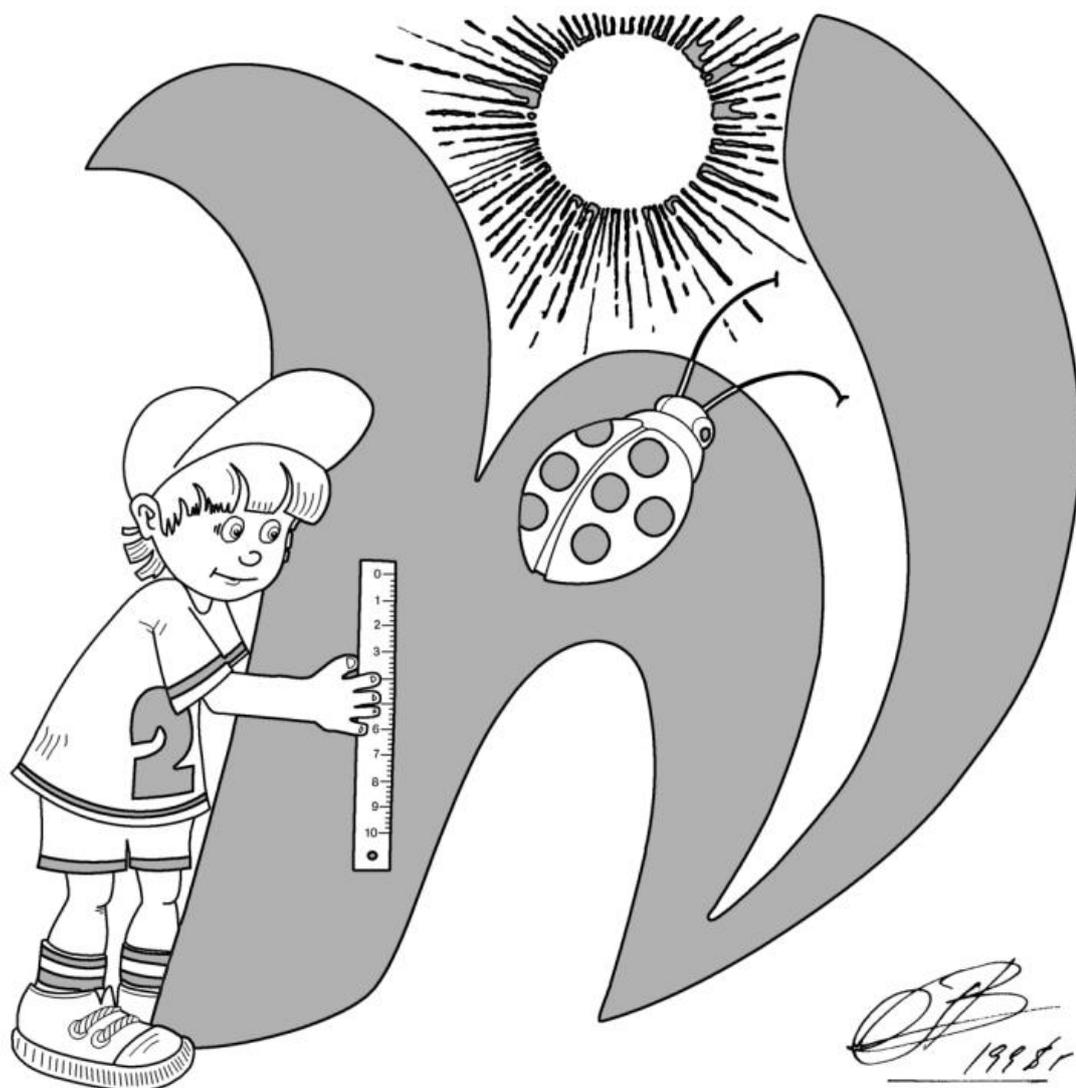
Министерство образования и науки Республики Коми

Региональная предметно-методическая комиссия по физике Всероссийской
олимпиады школьников по физике в Республике Коми

Всероссийская олимпиада школьников по физике

2024-2025 учебный год

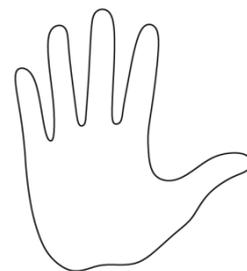
Муниципальный этап



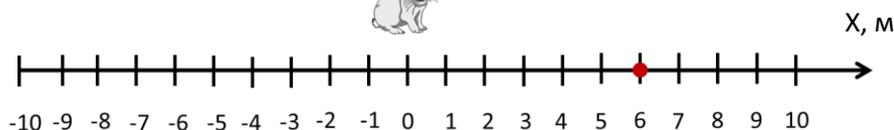
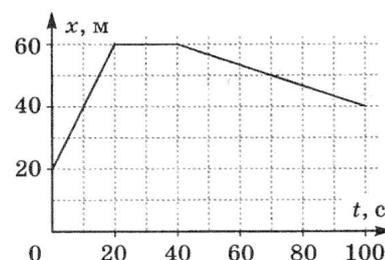
Республика Коми, 2024

7 класс

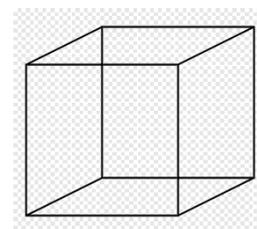
1. **Чуньлыс и веськутзя.** Раньше в быту коми, как и у русских, меры длины предметов соотносились к длине суставов конечностей человека, к его следу, шагу и т.д. Известны следующие категории длины: чуньлыс – длина двух первых фаланг указательного пальца (по-русски – вершок), веськутзя – расстояние между растянутыми концами большого и указательного пальцев (по-русски – пядь). Ручкой обведите Вашу растопыренную ладонь в листе решений.



- Определите, чему равны (в сантиметрах) 1 чуньлыс и 1 веськутзя. Определите площадь Вашей ладони. Ответ запишите, используя старинные коми единицы измерения
2. **Кӧч и ош.** Однажды зимой заяц, раскапывая берлогу, разбудил спящего медведя. Поняв это, заяц бросился удирать от берлоги со скоростью 36 км/ч. Медведь 10 секунд спросонья вникнул в ситуацию, а потом рванул за зайцем, чтобы объяснить ему, что мешать спать – нехорошо! С какой минимальной скоростью должен бежать медведь, чтобы за 20 секунд с начала преследования успеть догнать зайца? Все участники забега двигались вдоль одной прямой.
3. **Все скорости.** По приведенному графику зависимости координаты движущегося вдоль оси Ox тела от времени $x(t)$ постройте график зависимости пройденного телом пути от времени $S(t)$. С какими скоростями двигалось тело в разные моменты времени? Чему равнялась средняя путевая скорость тела за первые 40 секунд, 70 секунд, 100 секунд? Координатная прямая (ось) — это прямая, имеющая направление, начало отсчёта и заданный масштаб.



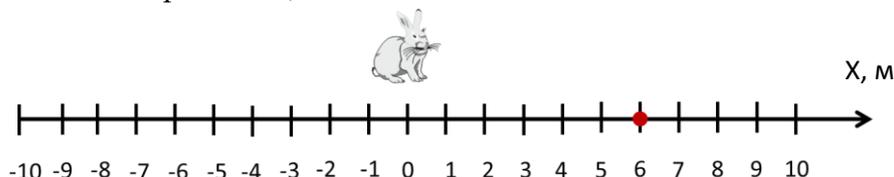
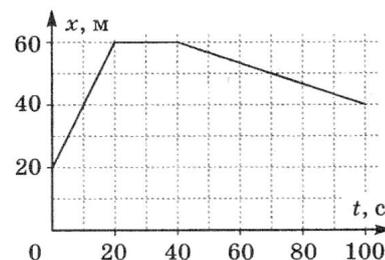
4. **Кубики.** Экспериментатор Глюк нашел в своей лаборатории 3 кубика с одинаковыми массами m и одинаковыми геометрическими размерами (длина ребра $a = 10$ см). Первый кубик – сплошной, сделанный из пробкового дерева плотностью $\rho_1 = 160 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; второй – полый, сделанный из 6 тонких квадратных алюминиевых пластин поверхностной плотностью σ ; третий – каркасный, сделанный из 12 тонких золотых стержней линейной плотностью λ .
- 1) Определите массы кубиков m и плотности σ и λ .
 - 2) Считая известным плотность алюминия $\rho_2 = 2700 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, определите толщину квадратных пластин h .
 - 3) Считая известным плотность золота $\rho_3 = 19300 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, определите площадь поперечного сечения S_0 стержней.



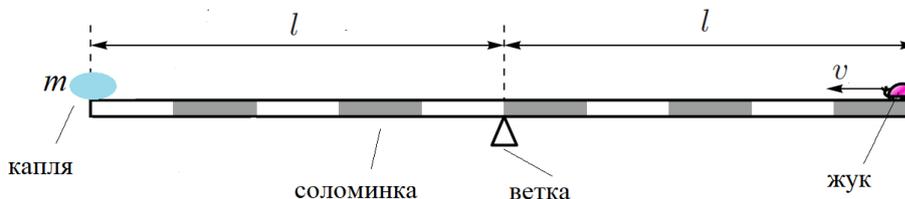
Время выполнения 180 минут!

8 класс

1. **Все скорости.** По приведенному графику зависимости координаты движущегося вдоль оси Ox тела от времени $x(t)$ постройте график зависимости пройденного телом пути от времени $S(t)$. С какими скоростями двигалось тело в разные моменты времени? Чему равнялась средняя путевая скорость тела за первые 40 секунд, 70 секунд, 100 секунд? Координатная прямая (ось) — это прямая, имеющая направление, начало отсчёта и заданный масштаб.



2. **Двое.** Два тела (одно массой $m_1 = 0,5$ кг и объемом $V_1 = 1$ л, а другое массой $m_2 = 1$ кг и объемом $V_2 = 0,5$ л) опустили в одно из озер Республики Коми. Во сколько раз отличаются силы Архимеда, действующие на первое и второе тело в состоянии равновесия? Плотность воды $\rho_v = 1000$ кг/м³.
3. **Жук на соломинке.** Однородная соломинка лежит горизонтально на ветке, делящей ее на две равны части длиной l . На одном конце соломинки – капля росы массой m , а на другом – жук. Чему равна масса жука? Начало светить солнце, и капля стала испаряться с массовым расходом μ . С какой скоростью v жуку необходимо ползти к ветке, чтобы равновесие соломинки не нарушалось?



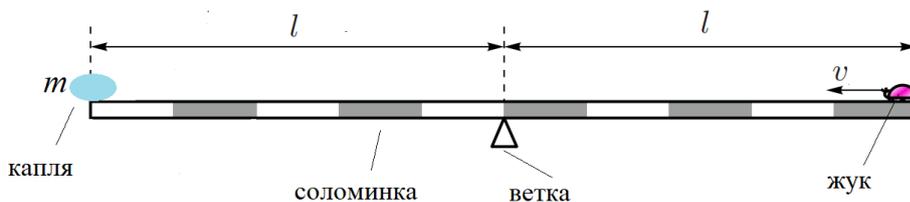
4. **Лунка.** Полностью заполненный стакан с теплым чаем ($t = 36^\circ\text{C}$) поставили на плотный снег, имеющий температуру $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Когда стакан с чаем остыл до t_0 , он растопил лунку снега размером со стакан. Чему равна пористость снега ε , т.е. отношение объема, занятого воздухом, к общему объему снежного пласта? Удельная теплоемкость воды $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 336000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, плотность воды $\rho_v = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, плотность льда $\rho_l = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Теплоемкостью и объемом стакана, а также тепловыми потерями пренебречь.



Время выполнения 180 минут!

9 класс

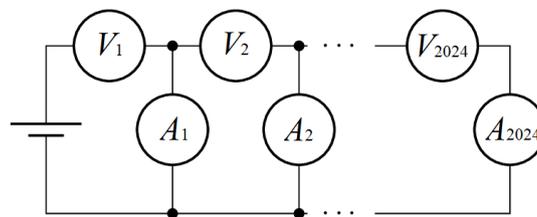
- Двое.** Два тела (одно массой $m_1 = 0,5$ кг и объемом $V_1 = 1$ л, а другое массой $m_2 = 1$ кг и объемом $V_2 = 0,5$ л) опустили в одно из озер Республики Коми. Во сколько раз отличаются силы Архимеда, действующие на первое и второе тело в состоянии равновесия? Плотность воды $\rho_v = 1000$ кг/м³.
- Жук на соломинке.** Однородная соломинка лежит горизонтально на ветке, делящей ее на две равны части длиной l . На одном конце соломинки – капля росы массой m , а на другом – жук. Чему равна масса жука? Начало светить солнце, и капля стала испаряться с массовым расходом μ . С какой скоростью v жуку необходимо ползти к ветке, чтобы равновесие соломинки не нарушалось?



- Электрички.** Две электрички, движущиеся по встречным путям в противоположных направлениях, поравнялись головами в начальный момент времени. Первая электричка длиной l_1 в этот момент лишь начинала разгон от станции с ускорением a с нулевой начальной скоростью. Вторая электричка длиной l_2 имела в этот момент скорость v и совершала торможение с ускорением a для того, чтобы сделать остановку на станции. Через какое время τ поравняются хвосты электричек?
- Лунка.** Полностью заполненный стакан с теплым чаем ($t = 36^\circ\text{C}$) поставили на плотный снег, имеющий температуру $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Когда стакан с чаем остыл до t_0 , он растопил лунку снега размером со стакан. Чему равна пористость снега ε , т.е. отношение объема, занятого воздухом, к общему объему снежного пласта?

Удельная теплоемкость воды $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 336000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, плотность воды $\rho_v = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, плотность льда $\rho_l = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.
Теплоемкостью и объемом стакана, а также тепловыми потерями пренебречь.

- 2024.** Цепь состоит из 2024 *разных* амперметров и 2024 одинаковых вольтметров. Показания первого вольтметра U_1 , второго вольтметра U_2 , первого амперметра I_1 . Определите сопротивление вольтметра R_V , а также сумму показаний всех амперметров I_0 .



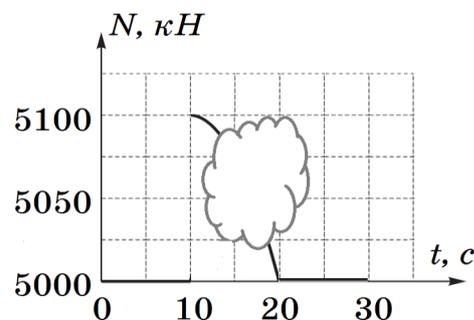
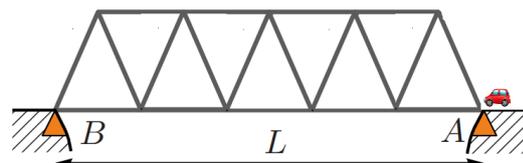
Время выполнения 230 минут!

10 класс

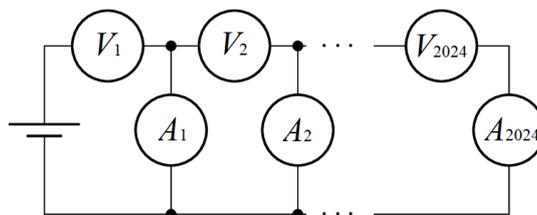
- Изменение импульса.** Тело массой m брошено с обрыва в воду. Через время t тело попадает в воду. Найдите изменение импульса тела за время полета. Ускорение свободного падения g , сопротивление воздуха не учитывать.
- Цепочка.** Однородная металлическая цепочка длиной L частично свисает с горизонтального стола так, что на столе лежит лишь часть цепочки длиной x . Цепочку отпускают. С каким ускорением a начнут двигаться точки цепочки в момент ее отпускания, если коэффициент трения цепочки о стол равен μ . Начертите график $a(x)$ с указанием характерных точек.

- Мост.** Под одной из двух опор моста установлен датчик, снимающий зависимость силы реакции опоры N от времени (см. график с частично утерянной информацией). В момент времени 10 с из точки А начинает разгоняться с постоянным ускорением a гоночный болид. Гонщик заметил, что в точке В спидометр показывал скорость $v = 50 \frac{m}{c}$. Размерами болида пренебречь, мост считать однородным. Определите:

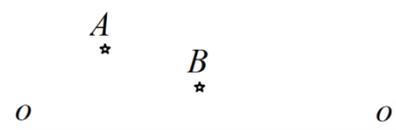
- массу M моста;
- под какой из опор находится датчик;
- массу m болида;
- ускорение a болида;
- длину моста L .



- 2024.** Цепь состоит из 2024 разных амперметров и 2024 одинаковых вольтметров. Показания первого вольтметра U_1 , второго вольтметра U_2 , первого амперметра I_1 . Определите сопротивление вольтметра R_V , а также сумму показаний всех амперметров I_0 .



- Оптика.** В архиве Снеллиуса нашли чертеж оптической схемы, на которой были изображены линза, точечный источник света и его изображение в линзе. От времени чернила выцвели и на чертеже остались видны лишь главная оптическая ось линзы OO' , точечный источник света и его изображение. Последние обозначены точками A и B , однако неизвестно, какая из точек является источником, а какая – изображением. Перечертите (схематично) чертеж в бланк решений и восстановите тип линзы (собирающая/рассеивающая), а также расположение линзы и ее фокусов.

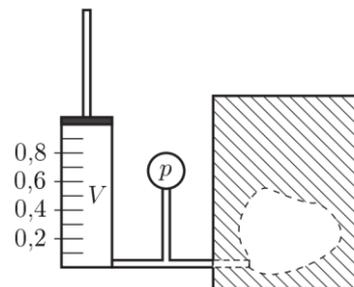


Время выполнения – 230 минут!

11 класс

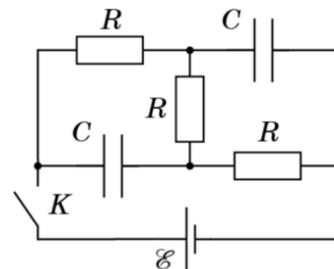
- Изменение импульса.** Тело массой m брошено с обрыва в воду. Через время τ тело попадает в воду. Найдите изменение импульса тела за время полета. Ускорение свободного падения g , сопротивление воздуха не учитывать.
- Цепочка.** Однородная металлическая цепочка длиной L частично свисает с горизонтального стола так, что на столе лежит лишь часть цепочки длиной x . Цепочку отпускают. С каким ускорением a начнут двигаться точки цепочки в момент ее отпускания, если коэффициент трения цепочки о стол равен μ . Начертите график $a(x)$ с указанием характерных точек.

- Термодинамический черный ящик.** На экспериментальном туре физической олимпиады необходимо было определить объем полости в черном ящике. Для решения этой задачи участник олимпиады с помощью тонкой трубки герметично присоединил полость с манометром и поршневым насосом.



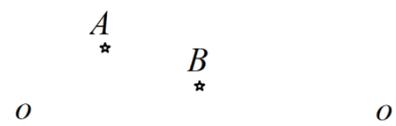
- Вначале поршень насоса находился в положении $V_1 = 1,0$ л, а давление в системе насос-полость равнялось атмосферному $p_1 = 100$ кПа. Когда школьник уменьшил объем насоса до $V_2 = 0,4$ л, давление в системе равнялось $p_2 = 150$ кПа. Определите объем полости V_0 . Внутренним объемом манометра пренебречь. Процесс уменьшения объема насоса происходил квазистатически, так что температура в системе сохранялась равной температуре окружающей среды.

- РС-мост.** Из трех одинаковых резисторов сопротивлением $R = 1,0$ МОм и двух одинаковых конденсаторов емкостью $C = 3,0$ мкФ собрана электрическая цепь (мостовая схема) и через ключ подключена к идеальной батарее $U_0 = 10$ В. Первоначально конденсаторы не заряжены.



- 1) С какой скоростью $\frac{dq_C}{dt}$ увеличивается заряд конденсаторов сразу после замыкания ключа? (4 балла)
- 2) Какие заряды q_C установятся на конденсаторах спустя длительное время после замыкания ключа? (4 балла)
- 3) Оцените (по порядку величины) время τ переходного процесса (установления напряжения на конденсаторах) в этой цепи. (2 балла)

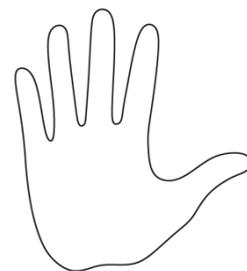
- Оптика.** В архиве Снеллиуса нашли чертеж оптической схемы, на которой были изображены линза, точечный источник света и его изображение в линзе. От времени чернила выцвели и на чертеже остались видны лишь главная оптическая ось линзы OO' , точечный источник света и его изображение. Последние обозначены точками A и B , однако неизвестно, какая из точек является источником, а какая – изображением. Перечертите (схематично) чертеж в бланк решений и восстановите тип линзы (собирающая/рассеивающая), а также расположение линзы и ее фокусов.



Время выполнения 230 минут!

РЕШЕНИЯ

7.1. Чуньлыс и веськутзя. Раньше в быту коми, как и у русских, меры длины предметов соотносились к длине суставов конечностей человека, к его следу, шагу и т.д. Известны следующие категории длины: чуньлыс – длина двух первых фаланг указательного пальца (по-русски – вершок), веськутзя – расстояние между растянутыми концами большого и указательного пальцев (по-русски – пядь). Ручкой обведите Вашу растопыренную ладонь в листе решений. Определите, чему равны (в сантиметрах) 1 чуньлыс и 1 веськутзя. Определите площадь Вашей ладони. Ответ запишите, используя старинные коми единицы измерения.

**Решение (коми фольклор)**

Информация взята из источника

Грибова Л. С. Пространственные, временные и другие метрологические категории в народных знаниях коми (зырян и пермяков) // Этнокультурное наследие пермских финнов: материалы Всероссийской научно-практической конференции. – Кудымкар, 2013. – С. 12-19.

1 чуньлыс = 1 вершок ~ 4,5 см

1 веськутзя = 1 пядь ~ 17,5 см

Для определения площади ладони наносим на нее сетку из клеток размером 1 см на 1 см. Подсчитываем общее число целых клеток N_1 и не целых клеток N_2 . Умножаем N_1 на 1 см^2 , N_2 на $0,5 \text{ см}^2$ и суммируем результаты.

Площадь ладони автора $S \sim 170 \text{ см}^2 \sim 8 \text{ чуньлыс}^2 \sim 0,5 \text{ веськутзя}^2$.

Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|---|---|---------|
| 1 | Найдено, чему равен чуньлыс | 1 балл |
| 2 | Найдено, чему равен веськутзя | 1 балл |
| 3 | Описан адекватный способ измерения площади ладони | 3 балла |
| 4 | Адекватный результат $S \sim 170 \text{ см}^2$ | 3 балла |
| 5 | Выполнен перевод единиц измерения $S \sim 8 \text{ чуньлыс}^2 \sim 0,5 \text{ веськутзя}^2$. | 2 балла |

7.2. Кӧч и ош. Однажды зимой заяц, раскапывая берлогу, разбудил спящего медведя. Поняв это, заяц бросился удирать от берлоги со скоростью 36 км/ч. Медведь 10 секунд спросонья вникал в ситуацию, а потом рванул за зайцем, чтобы объяснить ему, что мешать спать – нехорошо! С какой минимальной скоростью должен бежать медведь, чтобы за 20 секунд с начала преследования успеть догнать зайца? Все участники забега двигались вдоль одной прямой.

Решение (коми фольклор).

$$36 \text{ км/ч} = 10 \text{ м/с}$$

$$\text{За } 10 + 20 = 30 \text{ секунд заяц успел удирать на } 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 30 \text{ с} = 300 \text{ м.}$$

Эти 300 метров медведь должен пробежать за 20 секунд, то есть со скоростью 15 м/с.

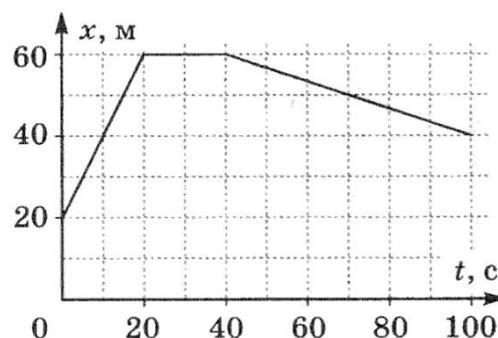
Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|---|--|---------|
| 1 | Перевод единиц измерения 36 км/ч = 10 м/с | 2 балла |
| 2 | Найдены пути Зайца и Медведя (300 м) | 4 балла |
| 3 | Найдена скорость 15 м/с = 54 км/ч (в любых единицах измерения) | 4 балла |

Возможны другие варианты решения.

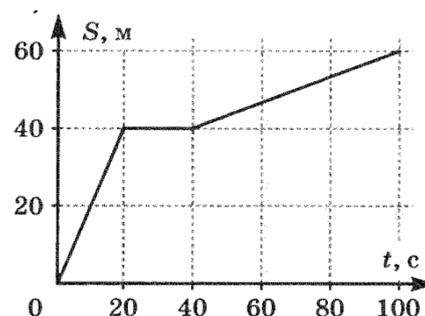
7.3. Все скорости

По приведенному графику зависимости координаты движущегося тела от времени $x(t)$ постройте график зависимости пройденного телом пути от времени $S(t)$. С какими скоростями двигалось тело в разные моменты времени? Чему равнялась средняя путевая скорость тела за первые 40 секунд, 70 секунд, 100 секунд? Движение тела происходит вдоль оси Ox .



Решение (фольклор).

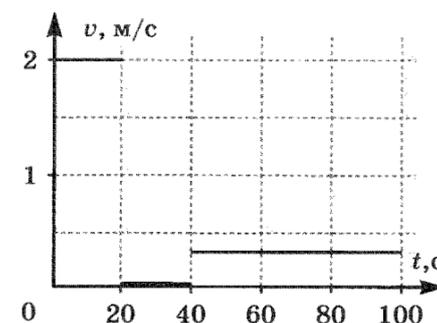
Построим график пути от времени. Первые 40 м тело прошло за 20 с, то есть движение происходило со скоростью 2 м/с. Следующие 20 с тело не двигалось, следовательно скорость нулевая. Последние 20 м были преодолены телом за 60 с, то есть со скоростью $\frac{1}{3}$ м/с. Приведем для наглядности график скорости от времени (не оценивается). Средняя путевая скорость тела – это отношение пройденного пути к затраченному времени. По графику пути от времени среднюю путевую скорость определить легко:



$$v_{cp}(40 \text{ с}) = \frac{40 \text{ м}}{40 \text{ с}} = 1 \text{ м/с}$$

$$v_{cp}(70 \text{ с}) = \frac{50 \text{ м}}{70 \text{ с}} \approx 0,7 \text{ м/с}$$

$$v_{cp}(100 \text{ с}) = \frac{60 \text{ м}}{100 \text{ с}} = 0,6 \text{ м/с}$$



Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|---|--|---|
| 1 | Формула скорости (в любом виде) | 1 балл |
| 2 | Построен график пути от времени | 3 балла: <ul style="list-style-type: none"> ✓ 0,5 балла – подпись осей графика ✓ 0,5 балла – равномерная оцифровка осей или отмечены значения точек излома ✓ 0,5 балла – график начинается из нуля ✓ 0,5 балла – график монотонно возрастает ✓ 0,5 балла – первые два участка верные ✓ 0,5 балла – третий участок верный |
| 3 | Правильно найдены скорости на 3 участках (2 м/с, 0 м/с, 0,33 м/с) | 3 балла |
| 4 | Правильно найдены средние скорости в три момента времени (1 м/с, 0,7 м/с, 0,6 м/с) | 3 балла |

7.4. Кубики. Экспериментатор Глюк нашел в своей лаборатории 3 кубика с **одинаковыми массами** m и одинаковыми геометрическими размерами (длина ребра $a = 10\text{см}$). Первый кубик – сплошной, сделанный из пробкового дерева плотностью $\rho_1 = 160 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; второй – полый, сделанный из 6 тонких квадратных алюминиевых пластин поверхностной плотностью σ ; третий – каркасный, сделанный из 12 тонких золотых стержней линейной плотностью λ .

- 1) Определите массы кубиков m .
- 2) Определите σ и λ .
- 3) Считая известным плотность алюминия $\rho_2 = 2700 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, определите толщину квадратных пластин h .
- 4) Считая известным плотность золота $\rho_3 = 19300 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, определите площадь поперечного сечения S_0 стержней.

Решение (Рубцов Д.)

Массы кубов $m_1 = \rho_1 a^3$, $m_2 = 6\sigma a^2$, $m_3 = 12\lambda a$. Так как массы всех кубиков равны:

$$m = \rho_1 a^3 = 160 \text{ г}, \quad \sigma = \frac{\rho_1 a}{6} = 2,7 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2} = 0,27 \frac{\text{г}}{\text{см}^2}, \quad \lambda = \frac{\rho_1 a^2}{12} = 0,13 \frac{\text{кг}}{\text{м}} = 1,3 \frac{\text{г}}{\text{см}}$$

Связь объемной и поверхностной плотностей $m = \sigma S = \rho S h$

$$h = \frac{\sigma}{\rho_2} = \frac{\rho_1 a}{6\rho_2} = 0,1 \text{ см}$$

Связь объемной и линейной плотностей $m = \lambda L = \rho L S_0$, где S_0 – площадь поперечного сечения стержня.

$$S_0 = \frac{\lambda}{\rho_3} = \frac{\rho_1 a^2}{12\rho_3} = 0,07 \text{ см}^2$$

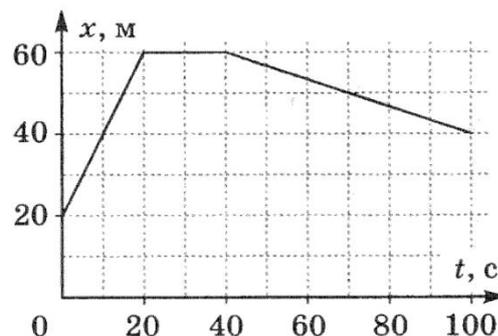
Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|---|--|---------|
| 1 | Расписаны массы кубов $m_1 = \rho_1 a^3$, $m_2 = 6\sigma a^2$, $m_3 = 12\lambda a$ | 3 балла |
| 2 | $m = \rho_1 a^3 = 160 \text{ г}$ | 1 балл |
| 3 | $\sigma = \frac{\rho_1 a}{6} = 2,7 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2} = 0,27 \frac{\text{г}}{\text{см}^2}$ | 1 балл |
| 4 | $\lambda = \frac{\rho_1 a^2}{12} = 0,13 \frac{\text{кг}}{\text{м}} = 1,3 \frac{\text{г}}{\text{см}}$ | 1 балл |
| 5 | Определена связь объемной и поверхностной плотностей | 1 балл |
| 6 | $h = \frac{\rho_1 a}{6\rho_2} = 0,1 \text{ см}$ | 1 балл |
| 7 | Определена связь объемной и линейной плотностей | 1 балл |
| 8 | $S_0 = \frac{\rho_1 a^2}{12\rho_3} = 0,07 \text{ см}^2$ | 1 балл |

В этой задаче за каждый ответ ставится 1 балл: 0,5 балла – формула и 0,5 балла – число.

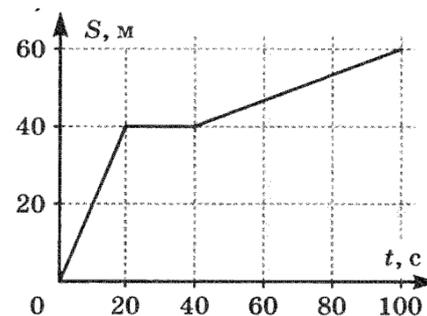
8.1. Все скорости

По приведенному графику зависимости координаты движущегося тела от времени $x(t)$ постройте график зависимости пройденного телом пути от времени $S(t)$. С какими скоростями двигалось тело в разные моменты времени? Чему равнялась средняя путевая скорость тела за первые 40 секунд, 70 секунд, 100 секунд? Движение тела происходит вдоль оси Ox .



Решение (фольклор).

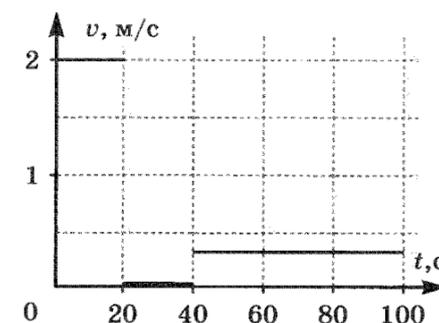
Построим график пути от времени. Первые 40 м тело прошло за 20 с, то есть движение происходило со скоростью 2 м/с. Следующие 20 с тело не двигалось, следовательно скорость нулевая. Последние 20 м были преодолены телом за 60 с, то есть со скоростью $\frac{1}{3}$ м/с. Приведем для наглядности график скорости от времени (не оценивается). Средняя путевая скорость тела – это отношение пройденного пути к затраченному времени. По графику пути от времени среднюю путевую скорость определить легко:



$$v_{\text{cp}}(40 \text{ с}) = \frac{40 \text{ м}}{40 \text{ с}} = 1 \text{ м/с}$$

$$v_{\text{cp}}(70 \text{ с}) = \frac{50 \text{ м}}{70 \text{ с}} \approx 0,7 \text{ м/с}$$

$$v_{\text{cp}}(100 \text{ с}) = \frac{60 \text{ м}}{100 \text{ с}} = 0,6 \text{ м/с}$$



Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|---|--|---|
| 1 | Формула скорости (в любом виде) | 1 балл |
| 2 | Построен график пути от времени | 3 балла: <ul style="list-style-type: none"> ✓ 0,5 балла – подпись осей графика ✓ 0,5 балла – равномерная оцифровка осей или отмечены значения точек излома ✓ 0,5 балла – график начинается из нуля ✓ 0,5 балла – график монотонно возрастает ✓ 0,5 балла – первые два участка верные ✓ 0,5 балла – третий участок верный |
| 3 | Правильно найдены скорости на 3 участках (2 м/с, 0 м/с, 0,33 м/с) | 3 балла |
| 4 | Правильно найдены средние скорости в три момента времени (1 м/с, 0,7 м/с, 0,6 м/с) | 3 балла |

8.2. Двое. Два тела (одно массой $m_1 = 0,5$ кг и объемом $V_1 = 1$ л, а другое массой $m_2 = 1$ кг и объемом $V_2 = 0,5$ л) опустили в одно из озер Республики Коми. Во сколько раз отличаются силы Архимеда, действующие на первое и второе тело в состоянии равновесия? Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³.

Решение (фольклор)

Если средняя плотность тела больше плотности воды, тело утонет в озере. При этом сила Архимеда будет равна $F_A = \rho_{\text{в}}gV$. Иначе – будет плавать, частично погружившись в озеро. При этом сила Архимеда будет компенсировать силу тяжести $F_A = mg = \rho gV$.

Плотность первого тела $\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} = 0,5 \frac{\text{кг}}{\text{л}} < 1 \frac{\text{кг}}{\text{л}} = \rho_{\text{в}}$, Следовательно, $F_{A1} = \rho_1 g V_1 = 5$ Н.

Плотность второго тела $\rho_2 = \frac{m_2}{V_2} = 2 \frac{\text{кг}}{\text{л}} > 1 \frac{\text{кг}}{\text{л}} = \rho_{\text{в}}$. Следовательно, $F_{A2} = \rho_{\text{в}} g V_2 = 5$ Н.

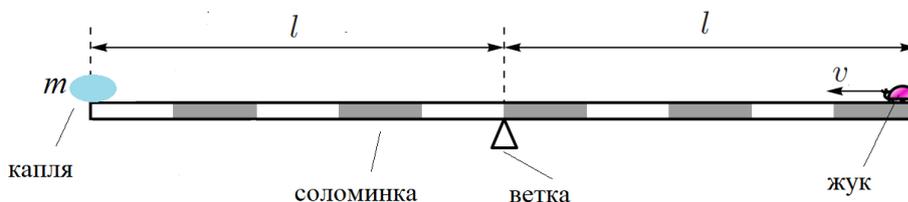
Силы Архимеда в двух случаях равны!

Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|---|--|---------|
| 1 | Указаны два возможных сценария – тело тонет и тело плавает | 2 балла |
| 2 | Указано, что первое тело будет плавать | 1 балл |
| 3 | Найдена сила Архимеда $F_{A1} = \rho_1 g V_1 = 5$ Н | 2 балла |
| 4 | Указано, что второе тело утонет | 2 балла |
| 5 | Найдена сила Архимеда $F_{A2} = \rho_{\text{в}} g V_2 = 5$ Н | 2 балла |
| 6 | Сделан вывод о равенстве сил Архимеда | 1 балл |

8.3. Жук на соломинке. Однородная соломинка лежит горизонтально на ветке, делящей ее на две равные части длиной l . На одном конце соломинки – капля росы массой m , а на другом – жук. Чему равна масса жука?

Начало светить солнце, и капля стала испаряться с массовым расходом μ . С какой скоростью v жуку необходимо ползти к ветке, чтобы равновесие соломинки не нарушалось?



Решение (фольклор)

Т.к. (рычаг равноплечий / из симметрии / из правило моментов) масса жука также равна m . Ответ не зависит от массы соломинки.

Запишем правило моментов через время τ после начала испарения капли относительно оси ветки:

$$(m - \mu\tau)gl = mg(l - v\tau)$$

Откуда следует ответ $v = \frac{\mu l}{m}$

Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|---|--|---------|
| 1 | Обосновано, что масса жука также равна m | 2 балла |
| 2 | Сделан грамотный рисунок с указанием сил | 2 балла |
| 3 | Выражена масса капли в произвольный момент времени $m - \mu\tau$ | 1 балл |
| 4 | Выражено плечо силы тяжести жука в произвольный момент времени $l - v\tau$ | 1 балл |
| 5 | Записано правило моментов | 2 балла |
| 6 | ответ $v = \frac{\mu l}{m}$ | 2 балла |

8.4. Лунка. стакан с теплым чаем ($t = 36^\circ\text{C}$) поставили на плотный снег, имеющий температуру $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Когда стакан с чаем остыл до t_0 , он растопил лунку снега размером со стакан. Чему равна пористость снега ε , т.е. отношение объема, занятого воздухом, к общему объему снежного пласта? Удельная теплоемкость воды $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 336000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, плотность льда $\rho_{\text{л}} = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Теплоемкостью и объемом стакана, а также тепловыми потерями пренебречь.

Решение (Рубцов Д.)

Пусть объем стакана V , а объем растаявшего льда $V_{\text{л}}$.

Масса воды в стакане $m = \rho_{\text{в}}V$, масса растаявшего льда $m_{\text{л}} = \rho_{\text{л}}V_{\text{л}}$.

Уравнение теплового баланса $cm(t - t_0) = m_{\text{л}}\lambda$.

$$\text{Пористость } \varepsilon = \frac{V - V_{\text{л}}}{V} = 1 - \frac{\rho_{\text{в}} m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}} m} = 1 - \frac{\rho_{\text{в}} c(t - t_0)}{\rho_{\text{л}} \lambda} = 0,5$$

Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|---|--|---|
| 1 | Уравнение теплового баланса $cm(t - t_0) = m_{\text{л}}\lambda$ | 3 балла |
| 2 | Соотношения между массами и объемами $m = \rho_{\text{в}}V$, $m_{\text{л}} = \rho_{\text{л}}V_{\text{л}}$. | 2 балла |
| 3 | Пористость $\varepsilon = \frac{V - V_{\text{л}}}{V}$ | 2 балла |
| 4 | $\varepsilon = 1 - \frac{\rho_{\text{в}} c(t - t_0)}{\rho_{\text{л}} \lambda} = 0,5$ | 3 балла (2 балла – формула, 1 балл - число) |

9.1. Двое. Два тела (одно массой $m_1 = 0,5$ кг и объемом $V_1 = 1$ л, а другое массой $m_2 = 1$ кг и объемом $V_2 = 0,5$ л) опустили в одно из озер Республики Коми. Во сколько раз отличаются силы Архимеда, действующие на первое и второе тело в состоянии равновесия? Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³.

Решение (фольклор)

Если средняя плотность тела больше плотности воды, тело утонет в озере. При этом сила Архимеда будет равна $F_A = \rho_{\text{в}}gV$. Иначе – будет плавать, частично погрузившись в озеро. При этом сила Архимеда будет компенсировать силу тяжести $F_A = mg = \rho gV$.

Плотность первого тела $\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} = 0,5 \frac{\text{кг}}{\text{л}} < 1 \frac{\text{кг}}{\text{л}} = \rho_{\text{в}}$, Следовательно, $F_{A1} = \rho_1 g V_1 = 5$ Н.

Плотность второго тела $\rho_2 = \frac{m_2}{V_2} = 2 \frac{\text{кг}}{\text{л}} > 1 \frac{\text{кг}}{\text{л}} = \rho_{\text{в}}$. Следовательно, $F_{A2} = \rho_{\text{в}} g V_2 = 5$ Н.

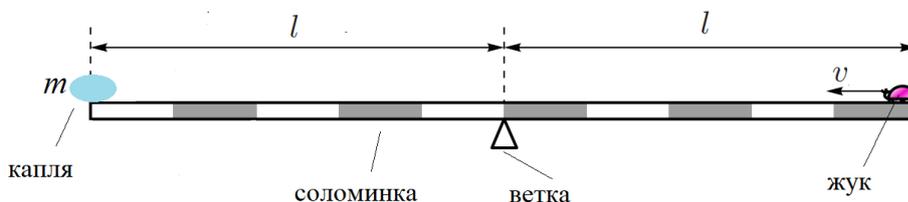
Силы Архимеда в двух случаях равны!

Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|---|--|---------|
| 1 | Указаны два возможных сценария – тело тонет и тело плавает | 2 балла |
| 2 | Указано, что первое тело будет плавать | 1 балл |
| 3 | Найдена сила Архимеда $F_{A1} = \rho_1 g V_1 = 5$ Н | 2 балла |
| 4 | Указано, что второе тело утонет | 2 балла |
| 5 | Найдена сила Архимеда $F_{A2} = \rho_{\text{в}} g V_2 = 5$ Н | 2 балла |
| 6 | Сделан вывод о равенстве сил Архимеда | 1 балл |

9.2. Жук на соломинке. Однородная соломинка лежит горизонтально на ветке, делящей ее на две равные части длиной l . На одном конце соломинки – капля росы массой m , а на другом – жук. Чему равна масса жука?

Начало светить солнце, и капля стала испаряться с массовым расходом μ . С какой скоростью v жуку необходимо ползти к ветке, чтобы равновесие соломинки не нарушалось?



Решение (фольклор)

Т.к. (рычаг равноплечий / из симметрии / из правило моментов) масса жука также равна m . Ответ не зависит от массы соломинки.

Запишем правило моментов через время τ после начала испарения капли относительно оси ветки:

$$(m - \mu\tau)gl = mg(l - v\tau)$$

Откуда следует ответ $v = \frac{\mu l}{m}$

Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|---|--|---------|
| 1 | Обосновано, что масса жука также равна m | 2 балла |
| 2 | Сделан грамотный рисунок с указанием сил | 2 балла |
| 3 | Выражена масса капли в произвольный момент времени $m - \mu\tau$ | 1 балл |
| 4 | Выражено плечо силы тяжести жука в произвольный момент времени $l - v\tau$ | 1 балл |
| 5 | Записано правило моментов | 2 балла |
| 6 | ответ $v = \frac{\mu l}{m}$ | 2 балла |

9.3. Электрички. Две электрички, движущиеся по встречным путям, поравнялись головами в начальный момент времени. Первая электричка длиной l_1 в этот момент лишь начинала разгон от станции с ускорением a с нулевой начальной скоростью. Вторая электричка длиной l_2 имела в этот момент скорость v и совершала торможение с ускорением a для того, чтобы сделать остановку на станции. Через какое время τ поравняются хвосты электричек?

Решение (Рубцов Д.):

Пусть начало координат $x = 0$ совпадает с хвостом первого поезда.

Движение хвоста *первой* электрички описывается уравнением: $x_1(t) = \frac{at^2}{2}$.

Движение хвоста *второй* электрички до ее остановки, описывается уравнением: $x_2(t) = l_1 + l_2 - vt + \frac{at^2}{2}$.

Время до полной остановки второй электрички $t_0 = \frac{v}{a}$. Формула тормозного пути: $S = \frac{v^2}{2a}$.

Движение хвоста *второй* электрички после остановки: $x_2(t) = l_1 + l_2 - S = l_1 + l_2 - \frac{v^2}{2a}$.

Условие встречи хвостов: $x_1(\tau) = x_2(\tau)$

Ответ:

$$\tau = \begin{cases} \frac{l_1 + l_2}{v}, & \text{если } \frac{v^2}{2a} > l_1 + l_2 \\ \sqrt{\frac{2(l_1 + l_2)}{a} - \frac{v^2}{a^2}}, & \text{если } \frac{v^2}{2a} < l_1 + l_2 \end{cases}$$

Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|---|--|---------|
| 1 | Уравнение движения первой электрички | 1 балл |
| 2 | Уравнение движения второй электрички до остановки | 2 балла |
| 3 | Найдено время остановки второй электрички | 1 балл |
| 4 | Найден тормозной путь второй электрички | 1 балл |
| 5 | Ответ $\tau = \frac{l_1 + l_2}{v}$ | 1 балл |
| 6 | Ответ $\tau = \sqrt{\frac{2(l_1 + l_2)}{a} - \frac{v^2}{a^2}}$ | 2 балла |
| 7 | Границы применимости ответов $\frac{v^2}{2a} < ? > l_1 + l_2$ | 2 балла |

9.4. Лунка. стакан с теплым чаем ($t = 36^\circ\text{C}$) поставили на плотный снег, имеющий температуру $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Когда стакан с чаем остыл до t_0 , он растопил лунку снега размером со стакан. Чему равна пористость снега ε , т.е. отношение объема, занятого воздухом, к общему объему снежного пласта? Удельная теплоемкость воды $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 336000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, плотность льда $\rho_{\text{л}} = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Теплоемкостью и объемом стакана, а также тепловыми потерями пренебречь.

Решение (Рубцов Д.)

Пусть объем стакана V , а объем растаявшего льда $V_{\text{л}}$.

Масса воды в стакане $m = \rho_{\text{в}}V$, масса растаявшего льда $m_{\text{л}} = \rho_{\text{л}}V_{\text{л}}$.

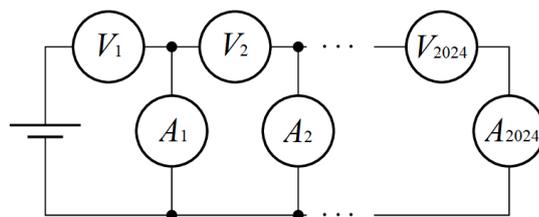
Уравнение теплового баланса $cm(t - t_0) = m_{\text{л}}\lambda$.

Пористость $\varepsilon = \frac{V - V_{\text{л}}}{V} = 1 - \frac{\rho_{\text{в}} m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}} m} = 1 - \frac{\rho_{\text{в}} c(t - t_0)}{\rho_{\text{л}} \lambda} = 0,5$

Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|---|--|---|
| 1 | Уравнение теплового баланса $cm(t - t_0) = m_{\text{л}}\lambda$ | 3 балла |
| 2 | Соотношения между массами и объемами $m = \rho_{\text{в}}V$, $m_{\text{л}} = \rho_{\text{л}}V_{\text{л}}$. | 2 балла |
| 3 | Пористость $\varepsilon = \frac{V - V_{\text{л}}}{V}$ | 2 балла |
| 4 | $\varepsilon = 1 - \frac{\rho_{\text{в}} c(t - t_0)}{\rho_{\text{л}} \lambda} = 0,5$ | 3 балла (2 балла – формула, 1 балл - число) |

9.5. 2024. Цепь состоит из 2024 разных амперметров и 2024 одинаковых вольтметров. Показания первого вольтметра U_1 , второго вольтметра U_2 , первого амперметра I_1 . Определите сопротивление вольтметра R_V , а также сумму показаний всех амперметров I_0 .



Решение (фольклор)

Сила тока через первый вольтметр $J_1 = \frac{U_1}{R_V}$, а через второй вольтметр $J_2 = \frac{U_2}{R_V}$.

По закону сохранения заряда сила тока через первый вольтметр $I_1 = J_1 - J_2 = \frac{U_1 - U_2}{R_V}$.

Откуда сопротивление вольтметра $R_V = \frac{U_1 - U_2}{I_1}$.

Сумма показаний всех амперметров равна общей силе тока в цепи, т.е. силе тока, протекающей через первый вольтметр $I_0 = J_1 = \frac{U_1}{R_V} = I_1 \frac{U_1}{U_1 - U_2}$

Ответы: $R_V = \frac{U_1 - U_2}{I_1}$, $I_0 = I_1 \frac{U_1}{U_1 - U_2}$.

Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|---|---|---------|
| 1 | Найдены силы токов через вольтметры $J_1 = \frac{U_1}{R_V}$ и $J_2 = \frac{U_2}{R_V}$ | 2 балла |
| 2 | Закон сохранения заряда $I_1 = J_1 - J_2$ | 2 балла |
| 3 | Сопротивление вольтметра $R_V = \frac{U_1 - U_2}{I_1}$ | 2 балла |
| 4 | Сумма показаний всех амперметров равна силе тока, протекающей через первый вольтметр | 2 балла |
| 5 | $I_0 = I_1 \frac{U_1}{U_1 - U_2}$ | 2 балла |

10.1. Изменение импульса. Тело массой m брошено с обрыва в воду. Через время τ тело попадает в воду. Найдите изменение импульса тела за время полета. Ускорение свободного падения g , сопротивление воздуха не учитывать.

Решение (фольклор)

Конечная, начальная скорости, время полета и ускорение свободного полета связаны следующим известным соотношением: $\vec{v}_k = \vec{v}_n + \vec{g}\tau$.

Тогда изменение импульса $\Delta\vec{p} = m(\vec{v}_k - \vec{v}_n) = m\vec{g}\tau$.

Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|---|--|---------|
| 1 | $\vec{v}_k = \vec{v}_n + \vec{g}\tau$ | 3 балла |
| 2 | $\Delta\vec{p} = m(\vec{v}_k - \vec{v}_n)$ | 3 балла |
| 3 | $\Delta\vec{p} = m\vec{g}\tau$ | 4 балла |

10.2. Цепочка. Однородная металлическая цепочка длиной L частично свисает с горизонтального стола так, что на столе лежит лишь часть цепочки длиной x . Цепочку отпускают. С каким ускорением a начнут двигаться точки цепочки в момент ее отпускания, если коэффициент трения цепочки о стол равен μ . Начертите график $a(x)$ с указанием характерных точек.

Решение (Рубцов Д.)

Обозначим линейную плотность цепочки за λ , а силу натяжения цепочки в точке перегиба цепочки за T .

Второй закон Ньютона для свисающей части цепочки (ускорение направлено вниз):

$$\lambda(L - x)a = \lambda(L - x)g - T$$

Второй закон Ньютона для части цепочки, лежащей на столе (здесь ускорение горизонтально):

$$\lambda xg = N$$

$$\lambda xa = T - F_{\text{тр}}$$

В случае скольжения ($a > 0$), $F_{\text{тр}} = \mu N$.

Решая эту систему уравнений, получим $a(x) = g(1 - \frac{\mu+1}{L}x)$.

Этот ответ не универсален. Он работает лишь в случае $x < \frac{L}{\mu+1}$. В ином случае, $a = 0$.

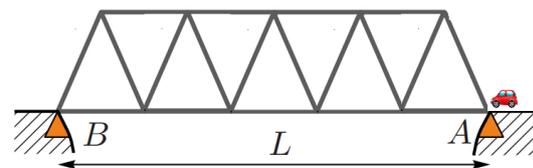
Ответ:

$$a(x) = \begin{cases} g\left(1 - \frac{\mu+1}{L}x\right), & x < \frac{L}{\mu+1} \\ 0, & x \geq \frac{L}{\mu+1} \end{cases}$$

Критерии оценивания (10 баллов)

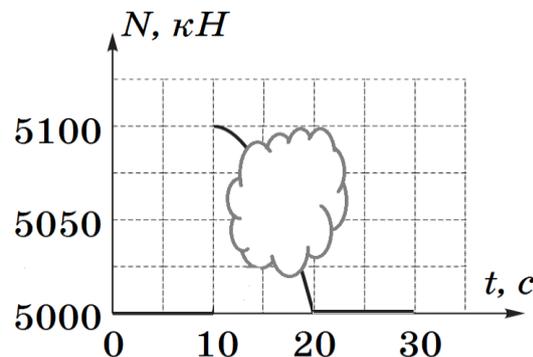
| | | |
|---|---|---------|
| 1 | Второй закон Ньютона для свисающей части цепочки | 2 балла |
| 2 | Второй закон Ньютона для части цепочки, лежащей на столе $\lambda xg = N$ | 1 балл |
| 3 | Второй закон Ньютона для части цепочки, лежащей на столе $\lambda xa = T - F_{\text{тр}}$ | 2 балла |
| 4 | $F_{\text{тр}} = \mu N$ в случае скольжения | 1 балл |
| 5 | Указано, что при определенных параметрах, ускорение может быть нулевым | 1 балл |
| 6 | $a(x) = g(1 - \frac{\mu+1}{L}x)$ | 2 балла |
| 7 | Граница применимости ответа: $x < \frac{L}{\mu+1}$ | 1 балла |

10.3. Мост. Под одной из двух опор моста установлен датчик, снимающий зависимость силы реакции опоры N от времени (см. график с частично утерянной информацией). В момент времени 10 с из точки А начинает разгоняться с постоянным ускорением a гоночный болид. Гонщик заметил, что в точке В спидометр показывал скорость $v = 50 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.



Размерами болида пренебречь, мост считать однородным. Определите:

- массу M моста;
- под какой из опор находится датчик;
- массу m болида;
- ускорение a болида;
- длину моста L .



Решение (Рубцов Д.)

Датчик находится, очевидно, под опорой А, ведь в момент времени 10 с происходит резкий скачок силы реакции.

Запишем правило моментов относительно точки В в момент времени 10 с:

$$Mg \frac{L}{2} = N_0 L \text{ (до въезда машины)}$$

$$Mg \frac{L}{2} + mgL = N_1 L \text{ (сразу после въезда машины)}$$

$$N_0 = \frac{Mg}{2} = 5000 \text{ кН, откуда } M = \frac{2N_0}{g} = 1000 \text{ тонн.}$$

$$N_1 = \frac{Mg}{2} + mg = 5100 \text{ кН, откуда } m = \frac{N_1}{g} - \frac{M}{2} = 10 \text{ тонн}$$

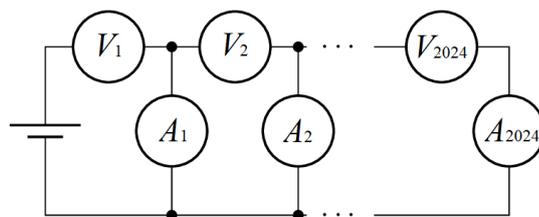
Из графика также понятно, что движение болида по мосту длилось в течение $t = 10$ с.

Тогда ускорение автомобиля $a = \frac{v}{t} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, а длина моста $L = \frac{vt}{2} = 250$ м.

Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|---|---|---------|
| 1 | Датчик – под опорой А | 1 балл |
| 2 | В отсутствие болида $N_0 = \frac{Mg}{2}$ | 1 балл |
| 3 | В момент въезда болида $N_1 = \frac{Mg}{2} + mg$ | 2 балла |
| 4 | $M = 1000$ тонн | 1 балл |
| 5 | $m = 10$ тонн | 1 балл |
| 6 | Время движения болида $t = 10$ с | 1 балл |
| 7 | $a = \frac{v}{t} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ | 1 балл |
| 8 | $L = \frac{vt}{2} = 250$ м | 2 балла |

10.4. 2024. Цепь состоит из 2024 разных амперметров и 2024 одинаковых вольтметров. Показания первого вольтметра U_1 , второго вольтметра U_2 , первого амперметра I_1 . Определите сопротивление вольтметра R_V , а также сумму показаний всех амперметров I_0 .



Решение (Рубцов Д.)

Сила тока через первый вольтметр $J_1 = \frac{U_1}{R_V}$, а через второй вольтметр $J_2 = \frac{U_2}{R_V}$.

По закону сохранения заряда сила тока через первый вольтметр $I_1 = J_1 - J_2 = \frac{U_1 - U_2}{R_V}$.

Откуда сопротивление вольтметра $R_V = \frac{U_1 - U_2}{I_1}$.

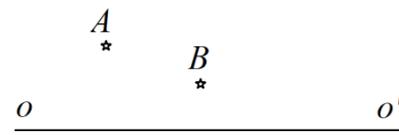
Сумма показаний всех амперметров равна общей силе тока в цепи, т.е. силе тока, протекающей через первый вольтметр $I_0 = J_1 = \frac{U_1}{R_V} = I_1 \frac{U_1}{U_1 - U_2}$

Ответы: $R_V = \frac{U_1 - U_2}{I_1}$, $I_0 = I_1 \frac{U_1}{U_1 - U_2}$.

Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|---|---|---------|
| 1 | Найдены силы токов через вольтметры $J_1 = \frac{U_1}{R_V}$ и $J_2 = \frac{U_2}{R_V}$ | 2 балла |
| 2 | Закон сохранения заряда $I_1 = J_1 - J_2$ | 2 балла |
| 3 | Сопротивление вольтметра $R_V = \frac{U_1 - U_2}{I_1}$ | 2 балла |
| 4 | Сумма показаний всех амперметров равна силе тока, протекающей через первый вольтметр | 2 балла |
| 5 | $I_0 = I_1 \frac{U_1}{U_1 - U_2}$ | 2 балла |

10.5. Оптика. В архиве Снеллиуса нашли чертеж оптической схемы, на которой были изображены линза, точечный источник света и его изображение в линзе. От времени чернила выцвели и на чертеже остались видны лишь главная оптическая ось линзы OO' , точечный источник света и его изображение.



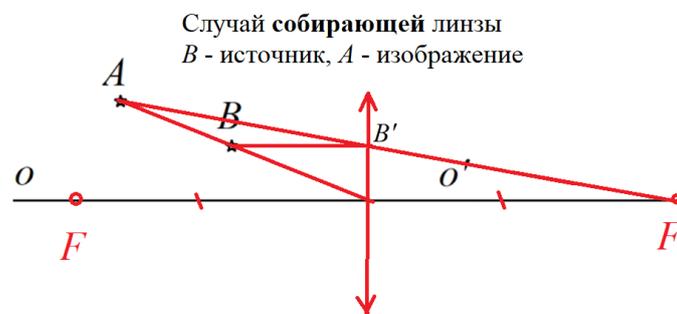
Последние обозначены точками A и B , однако неизвестно, какая из точек является источником, а какая – изображением. Перечертите (схематично) чертеж в бланк решений и восстановите тип линзы (собирающая/рассеивающая), а также расположение линзы и ее фокусов.

Решение (фольклор)

Возможны два случая: собирающая или рассеивающая линза.

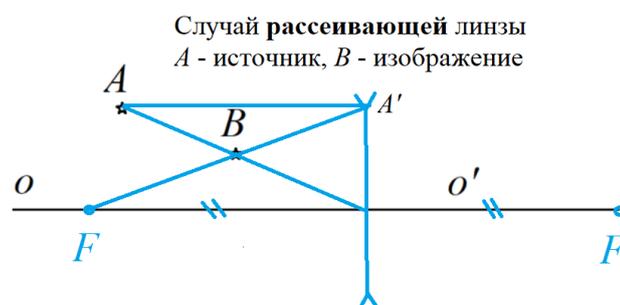
Общее для обоих случаев. Пересечение линий AB и OO' - оптический центр линзы C . Плоскость, проходящая через точку C перпендикулярно главной оптической оси – плоскость линзы.

В случае *собирающей* линзы изображение и источник могут быть по одну сторону от главной оптической оси лишь в случае мнимого увеличенного изображения. Итак, A – изображение, B – источник. Проведем через точку B прямую, параллельную OO' до точки пересечения с линзой B' .



Пересечение AB' с OO' дает фокус линзы. Второй фокус восстанавливается тривиально.

В случае *рассеивающей* линзы, изображение – мнимое и уменьшенное. Итак, B – изображение, A – источник. Проведем через точку A прямую, параллельную OO' до точки пересечения с линзой A' . Пересечение $A'B$ с OO' дает фокус линзы. Второй фокус восстанавливается тривиально.



Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|---|--|---------|
| 1 | Восстановлен оптический центр | 2 балла |
| 2 | Восстановлена плоскость линзы | 1 балл |
| 3 | Указано, что возможны два случая | 1 балл |
| 4 | Восстановлен хотя бы один фокус собирающей линзы | 3 балла |
| 5 | Восстановлен хотя бы один фокус рассеивающей линзы | 3 балла |

В случае решения, отличного от анализа линеаризованного графика, участник может получить баллы за пункты 1, 2, 5. Баллы за пункт 5 ставятся в случае попадания в 20% диапазон от эталонных значений.

11.1. Изменение импульса. Тело массой m брошено с обрыва в воду. Через время τ тело попадает в воду. Найдите изменение импульса тела за время полета. Ускорение свободного падения g , сопротивление воздуха не учитывать.

Решение (фольклор)

Конечная, начальная скорости, время полета и ускорение свободного полета связаны следующим известным соотношением: $\vec{v}_k = \vec{v}_n + \vec{g}\tau$.

Тогда изменение импульса $\Delta\vec{p} = m(\vec{v}_k - \vec{v}_n) = m\vec{g}\tau$.

Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|---|--|---------|
| 1 | $\vec{v}_k = \vec{v}_n + \vec{g}\tau$ | 3 балла |
| 2 | $\Delta\vec{p} = m(\vec{v}_k - \vec{v}_n)$ | 3 балла |
| 3 | $\Delta\vec{p} = m\vec{g}\tau$ | 4 балла |

11.2. Цепочка. Однородная металлическая цепочка длиной L частично свисает с горизонтального стола так, что на столе лежит лишь часть цепочки длиной x . Цепочку отпускают. С каким ускорением a начнут двигаться точки цепочки в момент ее отпускания, если коэффициент трения цепочки о стол равен μ . Начертите график $a(x)$ с указанием характерных точек.

Решение (Рубцов Д.)

Обозначим линейную плотность цепочки за λ , а силу натяжения цепочки в точке перегиба цепочки за T .

Второй закон Ньютона для свисающей части цепочки (ускорение направлено вниз):

$$\lambda(L - x)a = \lambda(L - x)g - T$$

Второй закон Ньютона для части цепочки, лежащей на столе (здесь ускорение горизонтально):

$$\lambda xg = N$$

$$\lambda xa = T - F_{\text{тр}}$$

В случае скольжения ($a > 0$), $F_{\text{тр}} = \mu N$.

Решая эту систему уравнений, получим $a(x) = g(1 - \frac{\mu+1}{L}x)$.

Этот ответ не универсален. Он работает лишь в случае $x < \frac{L}{\mu+1}$. В ином случае, $a = 0$.

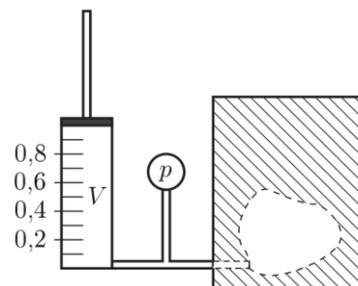
Ответ:

$$a(x) = \begin{cases} g\left(1 - \frac{\mu+1}{L}x\right), & x < \frac{L}{\mu+1} \\ 0, & x \geq \frac{L}{\mu+1} \end{cases}$$

Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|---|---|---------|
| 1 | Второй закон Ньютона для свисающей части цепочки | 2 балла |
| 2 | Второй закон Ньютона для части цепочки, лежащей на столе $\lambda xg = N$ | 1 балл |
| 3 | Второй закон Ньютона для части цепочки, лежащей на столе $\lambda xa = T - F_{\text{тр}}$ | 2 балла |
| 4 | $F_{\text{тр}} = \mu N$ в случае скольжения | 1 балл |
| 5 | Указано, что при определенных параметрах, ускорение может быть нулевым | 1 балл |
| 6 | $a(x) = g(1 - \frac{\mu+1}{L}x)$ | 2 балла |
| 7 | Граница применимости ответа: $x < \frac{L}{\mu+1}$ | 1 балла |

11.3. Термодинамический черный ящик. На экспериментальном туре физической олимпиады необходимо было определить объем полости в черном ящике. Для решения этой задачи участник олимпиады с помощью тонкой трубки герметично присоединил полость с манометром и поршневым насосом. Вначале поршень насоса находился в положении $V_1 = 1,0$ л, а давление в системе насос-полость равнялось атмосферному $p_1 = 100$ кПа. Когда школьник уменьшил объем насоса до $V_2 = 0,4$ л, давление в системе равнялось $p_2 = 150$ кПа. Определите объем полости V_0 . Внутренним объемом манометра пренебречь. Процесс уменьшения объема насоса происходил квазистатически, так что температура в системе сохранялась равной температуре окружающей среды.



Решение:

Закон Бойля-Мариотта $pV = const$

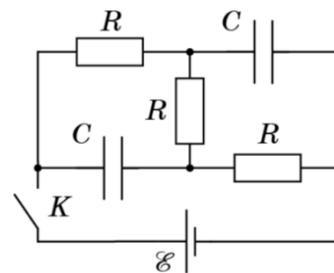
Для нашей задачи $p_1(V_1 + V_0) = p_2(V_2 + V_0)$

Ответ $V_0 = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{p_2 - p_1} = 0,8$ л

Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|--|---|---------|
| | $pV = const$ | 2 балла |
| | $p_1(V_1 + V_0) = p_2(V_2 + V_0)$ | 4 балла |
| | $V_0 = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{p_2 - p_1}$ | 2 балла |
| | $V_0 = 0,8$ л | 2 балла |

11.4. RC-мост. Из трех одинаковых резисторов сопротивлением $R = 1,0$ МОм и двух одинаковых конденсаторов емкостью $C = 3,0$ мкФ собрана электрическая цепь (мостовая схема) и через ключ подключена к идеальной батарее $U_0 = 10$ В. Первоначально конденсаторы не заряжены.



- 4) С какой скоростью $\frac{dq_C}{dt}$ увеличивается заряд конденсаторов сразу после замыкания ключа? (4 балла)
- 5) Какие заряды q_C установятся на конденсаторах спустя длительное время после замыкания ключа? (4 балла)
- 6) Оцените (по порядку величины) время τ переходного процесса (установления напряжения на конденсаторах) в этой цепи. (2 балла)

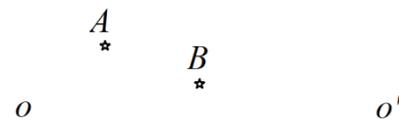
Решение (фольклор)

- 1) Сразу после замыкания ключа на конденсаторах нулевое напряжение (они не успели зарядиться). На каждый из резисторов падает напряжение U_0 , следовательно через каждый из них течет ток силой $I_1 = \frac{U_0}{R}$. Тогда ток через конденсаторы (= скорость увеличения заряда) $\frac{dq_C}{dt} = 2I_1 = \frac{2U_0}{R} = 20$ мкА.
- 2) Спустя длительное время, ток через конденсаторы обнулится. Тогда ток через резисторы $I_2 = \frac{U_0}{3R}$. Напряжение на конденсаторах $U_C = 2I_2R = \frac{2U_0}{3}$, а заряд $q_C = CU_C = \frac{2}{3}CU_0 = 20$ мкКл.
- 3) Время переходного процесса в RC-цепях $\tau \sim RC = 3$ с, то есть порядка нескольких секунд.

Критерии оценивания (10 баллов)

| | | |
|----|--|--------|
| 1 | Указано, что вначале – напряжение на конденсаторах 0. | 1 балл |
| 2 | Найдена сила тока через резисторы сразу после замыкания ключа $I_1 = \frac{U_0}{R}$ | 1 балл |
| 3 | Связь сил токов через резисторы и конденсаторы $\frac{dq_C}{dt} = 2I_1$ | 1 балл |
| 4 | $\frac{dq_C}{dt} = \frac{2U_0}{R} = 20$ мкА | 1 балл |
| 5 | Указано, что в установившемся режиме напряжение на конденсаторах установится (или ток = 0) | 1 балл |
| 6 | Найдена сила тока через резисторы в установившемся режиме $I_2 = \frac{U_0}{3R}$ | 1 балл |
| 7 | Связь напряжения на конденсаторах и резисторах $U_C = 2I_2R$ | 1 балл |
| 8 | $q_C = \frac{2}{3}CU_0 = 20$ мкКл | 1 балл |
| 9 | $\tau \sim RC$ | 1 балл |
| 10 | τ порядка нескольких секунд | 1 балл |

11.5. Оптика. В архиве Снеллиуса нашли чертеж оптической схемы, на которой были изображены линза, точечный источник света и его изображение в линзе. От времени чернила выцвели и на чертеже остались видны лишь главная оптическая ось линзы OO' , точечный источник света и его изображение.



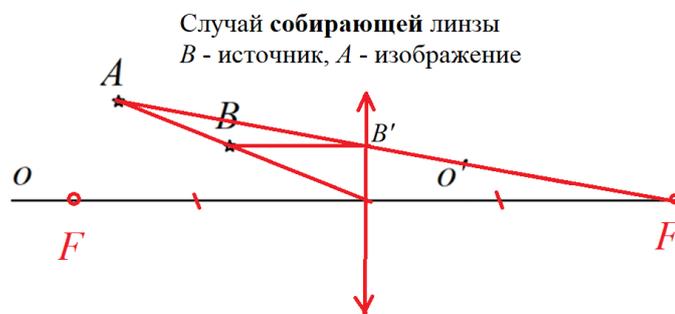
Последние обозначены точками A и B , однако неизвестно, какая из точек является источником, а какая – изображением. Перечертите (схематично) чертеж в бланк решений и восстановите тип линзы (собирающая/рассеивающая), а также расположение линзы и ее фокусов.

Решение (фольклор)

Возможны два случая: собирающая или рассеивающая линза.

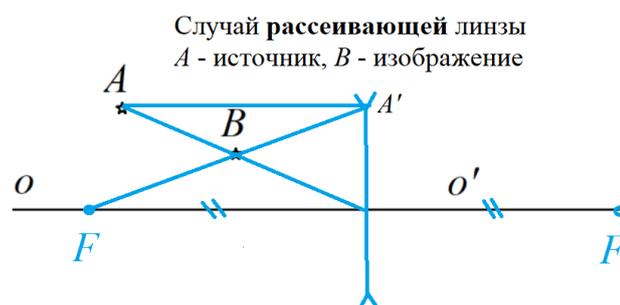
Общее для обоих случаев. Пересечение линий AB и OO' - оптический центр линзы C . Плоскость, проходящая через точку C перпендикулярно главной оптической оси – плоскость линзы.

В случае *собирающей* линзы изображение и источник могут быть по одну сторону от главной оптической оси лишь в случае мнимого увеличенного изображения. И так, A – изображение, B – источник. Проведем через точку B прямую, параллельную OO' до точки пересечения с линзой B' .



Пересечение AB' с OO' дает фокус линзы. Второй фокус восстанавливается тривиально.

В случае *рассеивающей* линзы, изображение – мнимое и уменьшенное. И так, B – изображение, A – источник. Проведем через точку A прямую, параллельную OO' до точки пересечения с линзой A' . Пересечение $A'B$ с OO' дает фокус линзы. Второй фокус восстанавливается тривиально.



Критерии оценивания

| | | |
|---|--|---------|
| 1 | Восстановлен оптический центр | 2 балла |
| 2 | Восстановлена плоскость линзы | 1 балл |
| 3 | Указано, что возможны два случая | 1 балл |
| 4 | Восстановлен хотя бы один фокус собирающей линзы | 3 балла |
| 5 | Восстановлен хотя бы один фокус рассеивающей линзы | 3 балла |